Mesure, précision, unités...

1. Introduction

La physique, science expérimentale, impose un recours à l'expérience pour élaborer, infirmer ou confirmer les théories. Mais cette démarche qui fait qu'une théorie physique est toujours, en définitive, confrontée à la nature (Huber Reeves dit "la nature nous résiste"), n'était pas connue du monde des anciens pour lesquels les raisonnements philosophiques avaient beaucoup plus de poids que notre perception de la nature.

Galilée est souvent cité comme précurseur de la méthode expérimentale et l'attitude des contemporains de Galilée face à l'expérience peut aujourd'hui nous surprendre :

> Lorsque celui-ci observait, avec une lunette astronomique de sa fabrication, les cratères et les montagnes de la Lune, ses détracteurs pensaient que c'était la lunette qui créait ces "visions" ! Les astronomes, qui depuis les Grecs avait imaginé que la Lune et les planètes étaient des sphères parfaites, refusaient d'admettre les expériences de Galilée.

Le recours systématique à l'expérience est donc une démarche récente qui nécessite des précautions car la précision des mesures est un aspect essentiel : le résultat d'une expérience peut changer avec une plus grande précision des mesures !

Dans toute expérience, on a recours au processus de la mesure et chaque mesure est effectuée avec une précision limitée par le matériel de l'expérience. Les résultats d'expériences comportent une "incertitude" indissociable du développement des sciences de la nature.

Les résultats de mesures ne peuvent être donnés par des nombres d'une précision illimitée comme π par exemple obtenu lui par un raisonnement mathématique.

π, nombre exact, comporte un nombre illimité de décimales !

$$\pi = 3{,}14159265358979323846264338 32...$$

Par comparaison, les mesures des dimensions d'une feuille A_4 avec une règle graduée au millimètre comportent un nombre limité de décimales :

largeur : **21,0 [cm]**   hauteur : **29,7 [cm]**

Remarque :
Les dimensions ne comportent pas de deuxième décimale car la règle ne permet pas de mesurer le dixième de millimètre ! Voir le paragraphe suivant.

2. Précision d'un instrument de mesure

Chaque instrument de mesure a sa propre précision. Elle est souvent indiquée sur l'instrument ou dans la documentation livrée avec l'appareil. Parfois, il faut l'estimer à partir des graduations qui figurent sur l'échelle de l'instrument.
Chaque appareil de mesure doit être « étalonné » ce qui implique une comparaison avec un objet ou instrument de référence. Voir le paragraphe 6.

Quelques instruments courants dans les laboratoires de sciences de 1DF et leur précision :

Instrument	Précision indiquée	Graduation de l'échelle	Remarques
Règle graduée	aucune	1 [mm]	La mesure doit être arrondie au [mm] car s'il est possible d'estimer le 1/2 [mm], cette estimation ne constitue pas une mesure mais permet d'arrondir correctement.
Pied à coulisse	0,05 mm	1 [mm] + vernier	La mesure doit être arrondie à 0,1 [mm] car le centième de millimètre n'est pas mesuré.
Balance de ménage, affichage du [g]		1 [g]	Attention ! même si la balance affiche le gramme, cette précision n'est pas garantie sans un étalonnage régulier.
Balance « Mettler »	0,1 [g]	0,1 [g]	Ces balances font l'objet d'un étalonnage régulier et le dixième de gramme est « garanti ».
Cylindre gradué 100 [ml]	± 0,1 [ml]	0,1 [ml]	Appareil étalonné contrairement aux béchers qui comportent l'indication « volume approximatif ».
Cylindre gradué 250 [ml]	± 0,2 [ml]	0,2 [ml]	Idem
Dynamomètre 1 [N]		0,01 [N]	Attention au réglage du zéro (vis supérieure).
Dynamomètre 6 [N]		0,05 [N]	Le centième de Newton peut être estimé.

aRemarque :

En général, la précision d'un instrument correspond à la graduation la plus fine de l'échelle utilisée ou au dernier chiffre affiché pour un appareil à affichage digital.

Règle pour écrire le résultat d'une mesure :

Seuls les chiffres qui correspondent à une mesure seront indiqués lors du résultat.

Par exemple la mesure du diamètre d'un cylindre d'aluminium peut être pour un même objet :

- d = 4,98 mm avec le pied à coulisse qui permet de mesurer le 1/10 de [mm].
- d = 5,0 mm avec une règle qui permet de mesurer le [mm].

3. Précision d’une mesure

Le même instrument, par exemple le pied à coulisse, permet de faire des mesures très différentes :

Mesure effectuée	Epaisseur d’une feuille de papier	Diamètre d’un cylindre de plastique
Résultat	e = 0,1 [mm]	d = 29,8 [mm]
Précision de l’instrument	0,1 [mm]	0,1 [mm]
Remarque	Instrument mal adapté à la mesure	Instrument adéquat
Précision de la mesure	1 chiffre significatif	3 chiffres significatifs

La précision de l’instrument ne change pas mais elle est identique à l’épaisseur de la feuille alors qu’elle ne représente qu’une infime partie du diamètre du cylindre. La deuxième mesure est donc bien « meilleure » puisque l’instrument permet de mesurer 2 [cm] ; 9 [mm] et 8 dixièmes de millimètre alors que pour la feuille seul le dixième de millimètre est mesuré !
Pour estimer la précision d’une mesure, il suffit de compter **le nombre chiffres correspondant à la mesure** : c’est le **nombre de chiffres significatifs.**

Chiffres significatifs :

Le nombre de chiffres significatifs d'une mesure (ou du résultat d’un calcul) est ainsi le nombre de chiffres qui correspondent réellement à sa précision.

Exemple :

Pour la mesure des dimensions de la feuille A : 21,0 [cm] et 29,7 [cm] comportent chacun trois chiffres significatifs.
Il serait absurde d'écrire 21,0**00** [cm] ou 29,7**0000** [cm] car les zéros ajoutés (en gras) n'ont pas de sens, ne sont pas significatifs, du point de vue de la mesure !

Remarques :

- Les zéros du nombre sont comptés comme chiffres significatifs s'ils sont placés au milieu du nombre ou à droite de celui-ci, en effet : 21,0 [cm] signifie que la mesure se compose de 2 [dm], 1 [cm] et 0 [mm], le zéro correspond bien à une mesure et est significatif.
- Les zéros placés à gauche du nombre ne seront pas comptés car ils peuvent être éliminés par un changement d'unité ou l'utilisation de l'écriture scientifique normalisée et ne correspondent à aucune mesure, par exemple : 0,035 [m] ne se compose que de 2 chiffres significatifs car on peut aussi l'écrire 3,5 [cm] ou encore $3,5 \cdot 10^{-2}$[m].

Ecriture scientifique normalisée :

L'écriture scientifique normalisée est l'écriture d'un nombre au moyen des puissances de dix en laissant un seul chiffre avant la virgule :

$3{,}050 \cdot 10^5$ (305000)

$2{,}30 \cdot 10^{-7}$ (0,000000230)

Elle permet une simplification de l'écriture des grands ou petits nombres et, de plus, fait apparaître de façon claire le nombre de chiffres significatifs et l'ordre de grandeur :

Précision : 4 chiffres significatifs	Ordre de grandeur
3,050	10^5

Marge ou fourchette d'incertitude

Lors d'une mesure, la précision, ou l'imprécision, peut se traduire par une marge d'incertitude.

Exemple :

Avec la règle permettant de mesurer le millimètre nous avons donné pour la largeur de la feuille A4, 21,0 [cm] et la marge d'incertitude dans ce cas est d'environ ± 0,5 [mm].

En effet, nous ne pouvons pas mesurer le dixième de millimètre dans ce cas, mais nous pouvons estimer la largeur de la feuille, qui est comprise dans la fourchette :

$20{,}95 \text{ [cm]} < l < 21{,}05 \text{ [cm]}$

On peut aussi donner “l'intervalle" de mesure, par l'écriture :

$l = 21{,}0 \pm 0{,}05 \text{ [cm]}$,

qui fait apparaître directement la marge d'incertitude.

Nombre de chiffres significatifs du résultat d'un calcul

Mesurons les dimensions d'une feuille A4 mais cette fois avec deux instruments :

Le mètre du tableau (gradué au cm) : largeur 21 [cm] hauteur 30 [cm]

Le triple décimètre (gradué au mm) : largeur 21,0 [cm] hauteur 29,7 [cm]

Le nombre de chiffres significatifs est donc :

2 pour les mesures effectuées avec le mètre,

3 pour les mesures de la règle.

- Quelle précision donner maintenant à l'aire de la feuille A4, à son périmètre ?
- Comment tenir compte des mesures dans le résultat du calcul ?
- Quelle est la marge d'incertitude des résultats ?

Pour répondre à ces questions, on effectue un "calcul d'incertitude".

Cette démarche, parfois complexe, sera abordée dans le cours d'applications des mathématiques en 3e année (OS PM). Dans ce cours, nous nous contenterons de donner des règles pour déterminer le nombre de chiffres significatifs que le résultat doit comporter. Les 8 ou 10 chiffres indiqués par la calculette pour un résultat ne sont pas tous significatifs et **il est toujours nécessaire d'arrondir** le nombre pour tenir compte de la précision des mesures dont il dépend.

Règles **approximatives** pour déterminer le nombre de chiffres significatifs du résultat d'un calcul :

Multiplications et divisions

Si un calcul comporte des **multiplications et des divisions**, son résultat devrait compter autant de chiffres **significatifs** que le **moins précis** des nombres du calcul.

Exemples :

a. {10,33 [N] /(**5,6** [m] . 3,2316 [m])} = 0,5708141 ≈ 0,**57** [N/m^2] = **5,7** · 10^{-1} [N/m^2]

b. Aire de la feuille A4 (mètre) : 21 x 30 = 630 ≈ **6,3** · 10^2 [cm^2]

c. Aire de la feuille A4 (règle) : 21,0 x 29,7 = 623,7 ≈ **6,24** · 10^2 [cm^2]

d. Rapport des dimensions de la feuille (mètre) 21/30 = 0,7 *= 0,**70**

   Dans ce cas, la calculette supprime un zéro significatif : il faut l'ajouter !

e. Rapport des dimensions de la feuille (règle) 21,0/29,7 = 0,7070707 ≈ 0,**707**

On utilise la **même règle** pour les **puissances** et les **racines.**

Additions et soustractions

Pour un calcul comportant des **additions** et des **soustractions**, le résultat devra compter autant de chiffres **après la virgule** que le **moins précis** des nombres du calcul.

Exemple : 2**4**,42 [m] + 1**2** [m] + 1**3**,5 [m] ≈ 5**0** [m]

Remarques :

- Chaque nombre doit être exprimé avec la **même unité** !
  Exemple : 1,28 [kg] + 21 [hg] + 785,3 [dag] =
  1,**28** [kg] + 2,**1** [kg] + 7,**8**53 [kg] = 11,233 [kg] ≈ 11,**2** [kg]

- Pour l'écriture scientifique normalisée : il faut réécrire chaque nombre avec la **même puissance de 10** et, ensuite, appliquer la règle.
  Exemple : $1{,}23 \cdot 10^4 + 2{,}454 \cdot 10^3 + 7{,}33 \cdot 10^5 =$
  $0{,}1\mathbf{23} \cdot 10^5 + 0{,}0\mathbf{2}454 \cdot 10^5 + 7{,}3\mathbf{3} \cdot 10^5 = 7{,}47754 \cdot 10^5 \approx 7{,}4\mathbf{7} \cdot 10^5$

Constantes et précision

Les constantes ne doivent pas limiter la précision du résultat. Il faut donc, dans la mesure du possible, les choisir avec suffisamment de chiffres significatifs.
Les constantes utilisées en sciences sont de deux types :

1) **Sans incertitude** : par exemple un nombre entier ou des nombres comme π ou e. Dans ce cas, il faut prendre autant de décimales que possible, on choisira ainsi le π de la machine en évitant 3,1 ou 3,14 qui pourraient augmenter l'incertitude.

2) **Avec incertitude** : par exemple les constantes "g" en physique ou "N" en chimie qui dépendent d'expériences. Pour ces constantes, on trouvera dans les tables des valeurs qui comportent suffisamment de précision.