La dynamique

La dynamique est l'étude du rapport entre le mouvement et la force qui le produit. Le concept de la force permet de décrire quantitativement l'interaction entre deux corps, ou entre un corps et l'ensemble de son environnement. Toutes les forces peuvent être ramenées aux quatres forces fondamentales:

Force	**Agit sur**	**Intensité**	**Portée**
Forte	Quarks et particules contenant des quarks	10^4	$\sim 10^{-14}$ m
Electromagnétique	Particules chargées électriquement	10^2	∞
Faible	Toutes particules	10^{-2}	$\sim 10^{-17}$ m
Gravitationnelle	Toutes particules	10^{-34}	∞

La force est une grandeur vectorielle $\vec{F}$ dont l'unité dans le système SI est le Newton (N).

La première loi de Newton: loi d'inertie

La première question est: que se passe-t-il quand aucune force n'agit sur un corps?

La réponse est donnée par la première loi de Newton, ou loi d'inertie:

Tout corps reste immobile ou conserve un mouvement rectiligne uniforme aussi longtemps que la somme des forces extérieures agissant sur lui est nulle, $\sum \vec{F} = \mathbf{0}$.

Ceci veut dire que c'est la force qui accélère les corps. Pas de force, pas d'accélération, donc vitesse constante. Y inclus le cas spécial $v = 0$, l'immobilité.

Sur terre, la vérification directe de cette loi est difficile, parce que la résistence de l'air et la gravité ne peuvent pas être supprimées. Néanmois nous pouvons approximativement la vérifier.

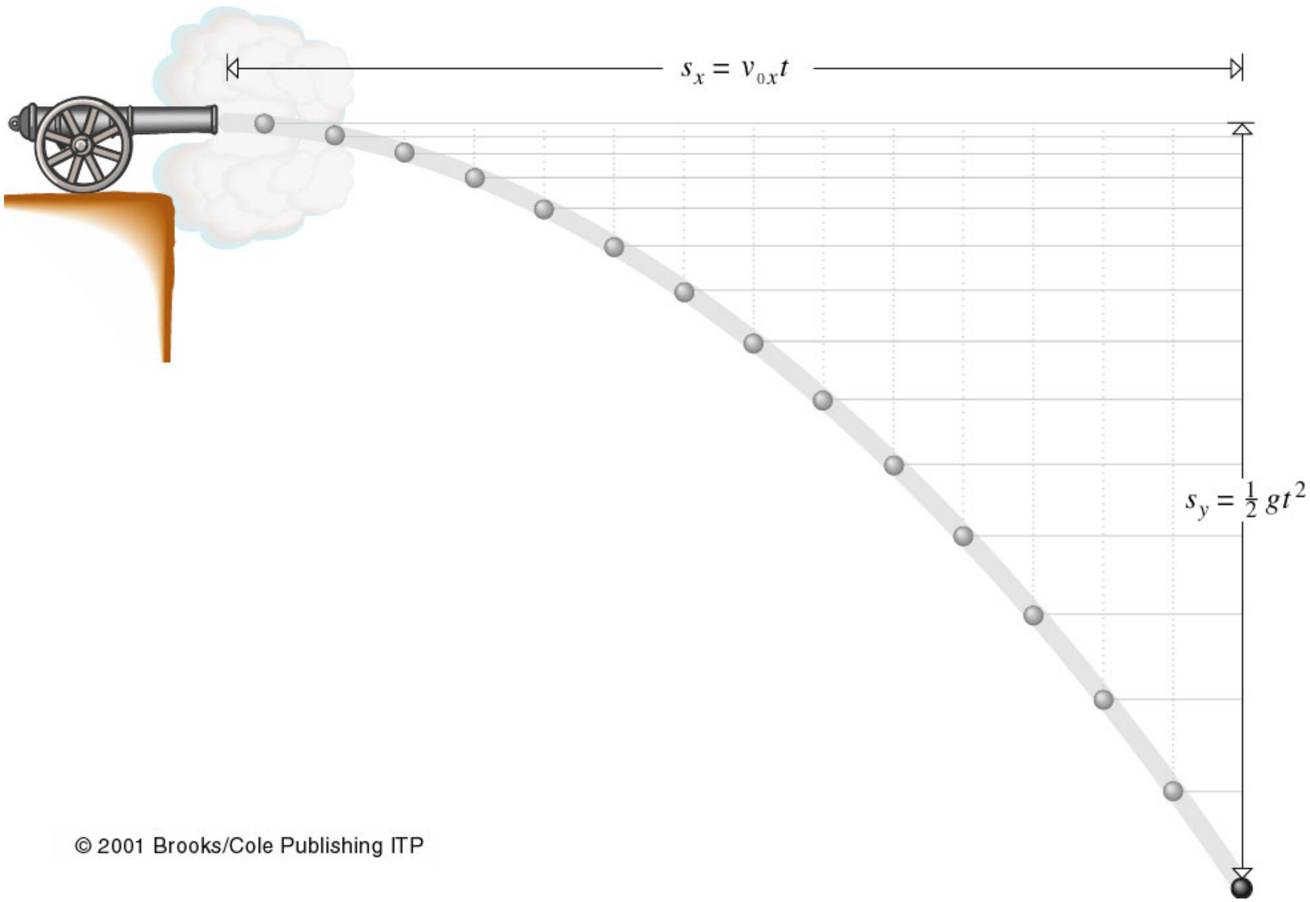
DvD 02-12, 02-15, 02-16

Un corps résiste plus à l'accélération quand sa masse est grande. Les propriétés d'inertie d'un corps sont donc caractérisées par sa masse.

DvD 02-13

La loi d'inertie

Considérons un projectile lancé horizontalement. Son mouvement contient deux composantes:



– un mouvement horizontal sans force horizontale, et donc à vitesse constante;

– un mouvement vertical sous l'influence de la gravité, et donc à l'accélération constante.

Comme la force est un vecteur, elle n'accélère les corps que dans sa propre direction.

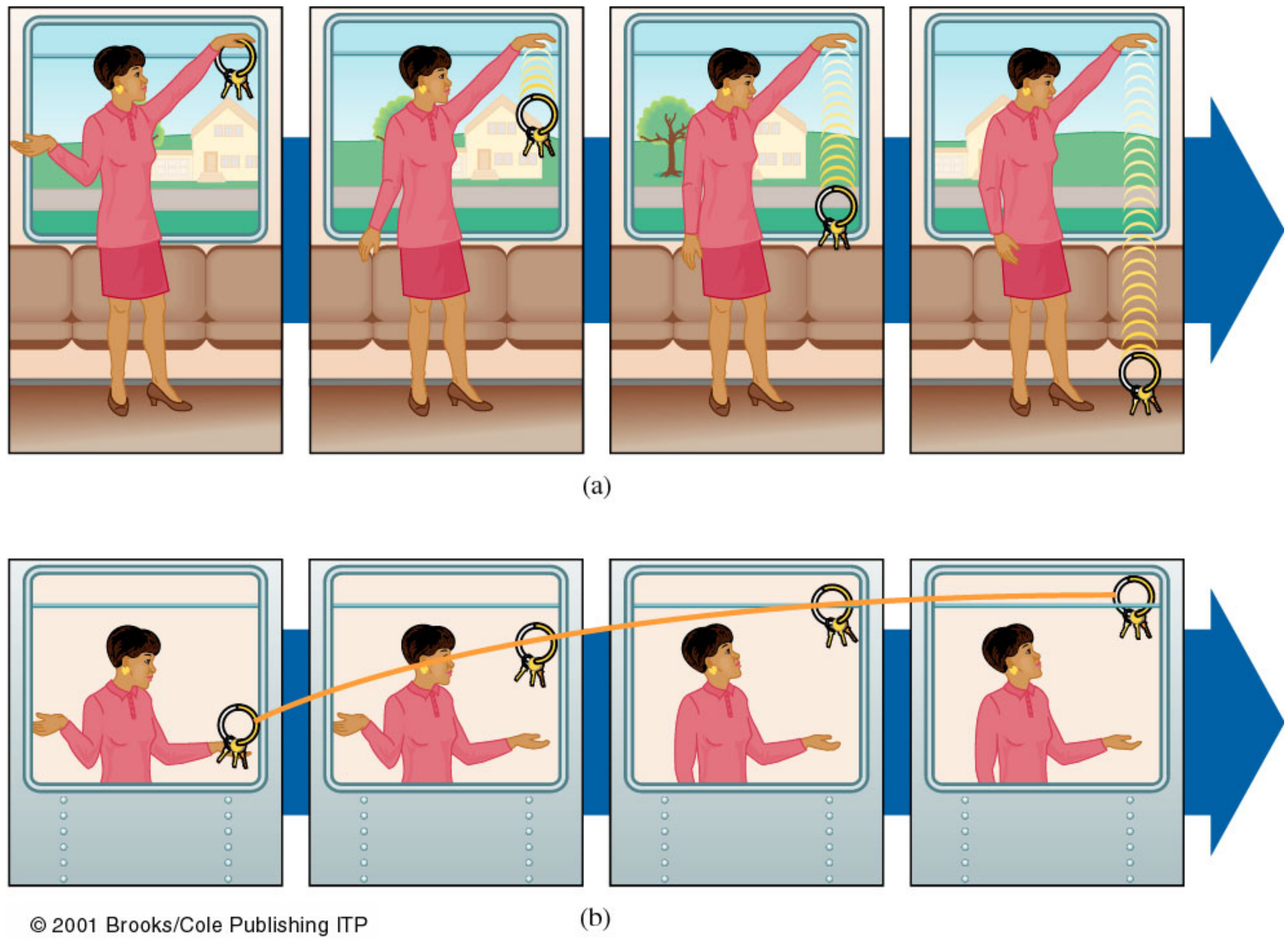
La loi d’inertie

Considérons le projectile lancé verticalement dans un train qui roule à vitesse constante:

Une fois lancé, l’objet garde sa vitesse horizontale uniforme, celle du train. Il tombe verticalement.

DvD 02-03

Vu d’un observateur hors du train, l’objet suit un parcours parabolique, tout comme le projectile du canon.



La loi d’inertie est valable dans les référentiels à vitesse relative constante, dits référentiels d’inertie.

Qu'est-ce qu'une force?

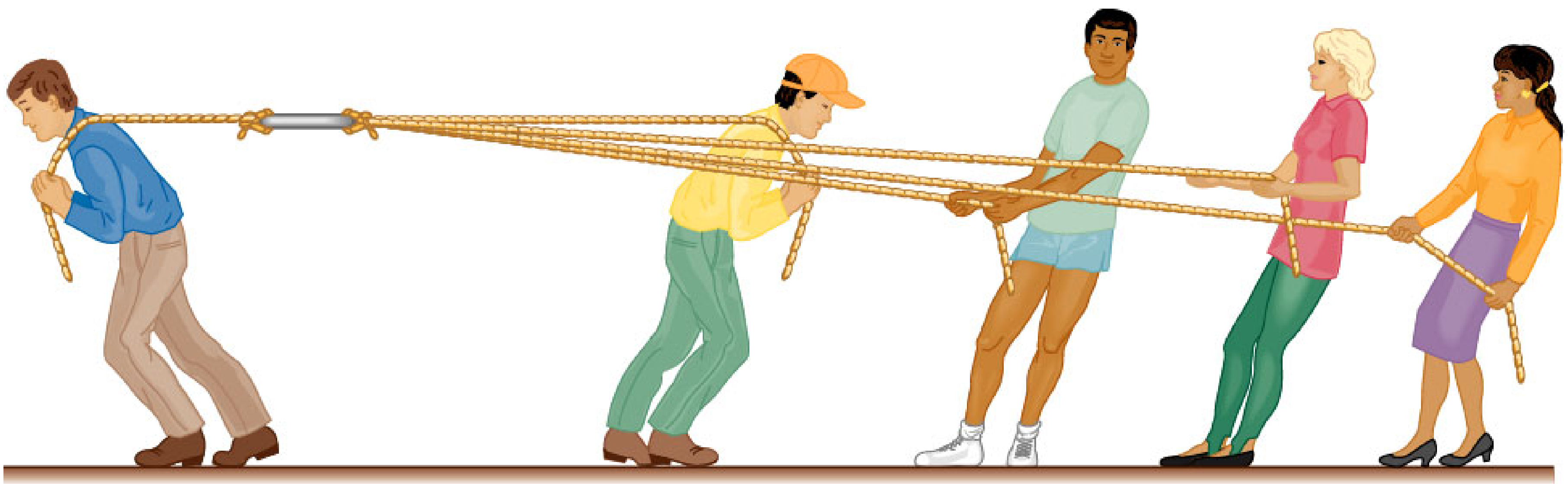
Nous avons vu les effets de la force, mais quelle est sa nature?

Il est très difficile de définir la force par un autre moyen que ses résultats:

La force est l'agent du changement, l'agent qui change la vitesse des corps, ou essaie de le faire.

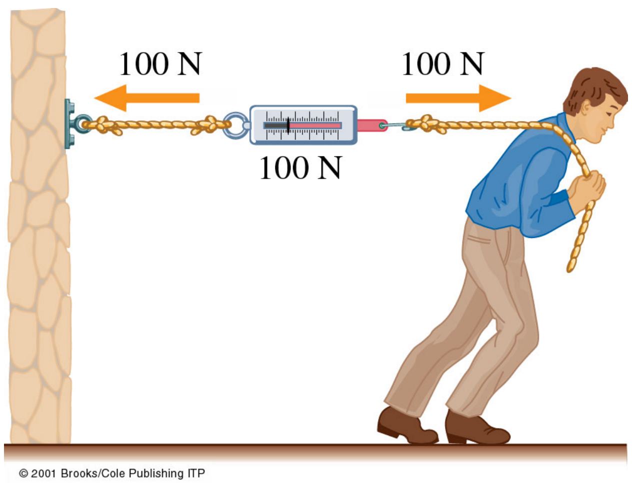
Les forces macroscopiques peuvent être mesurées par un dynamomètre.

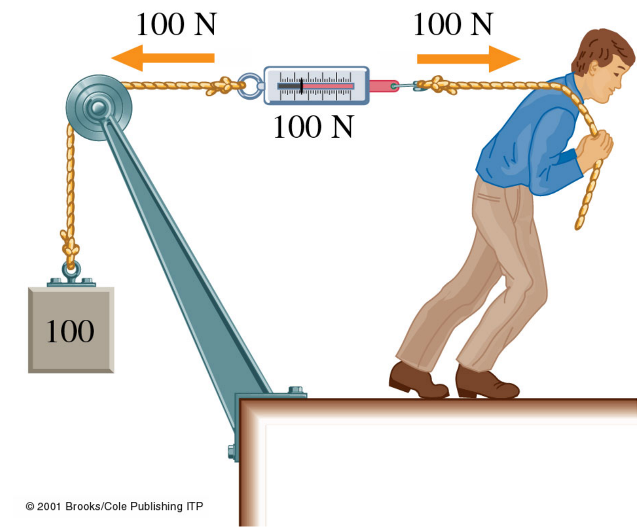
Comme la force est un vecteur, l'effet net de plusieurs forces est le même que celui d'une seule force qui correspond à la somme vectorielle des forces.

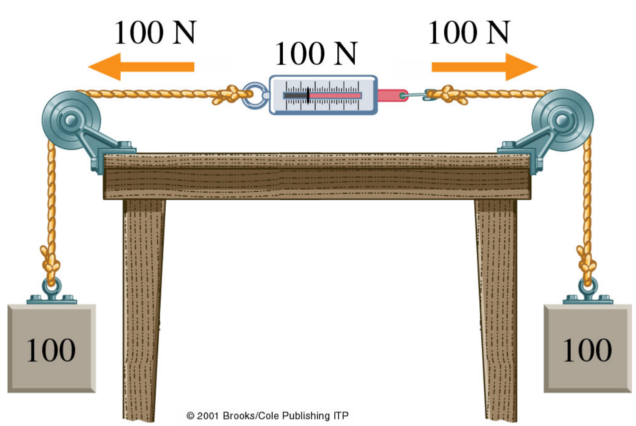


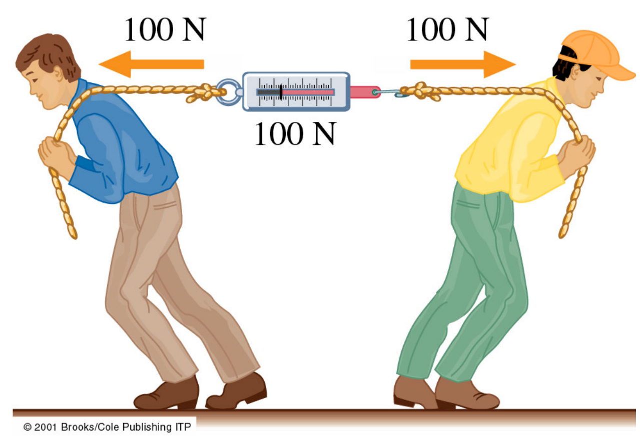
Statique

Quand la somme vectorielle de toutes les forces est zéro, il n’y a aucun mouvement. On parle alors d’un équilibre statique. Mais les forces existent tout de même à l’intérieur du système. Ici elles sont stockées comme force de traction à l’intérieur de la corde.



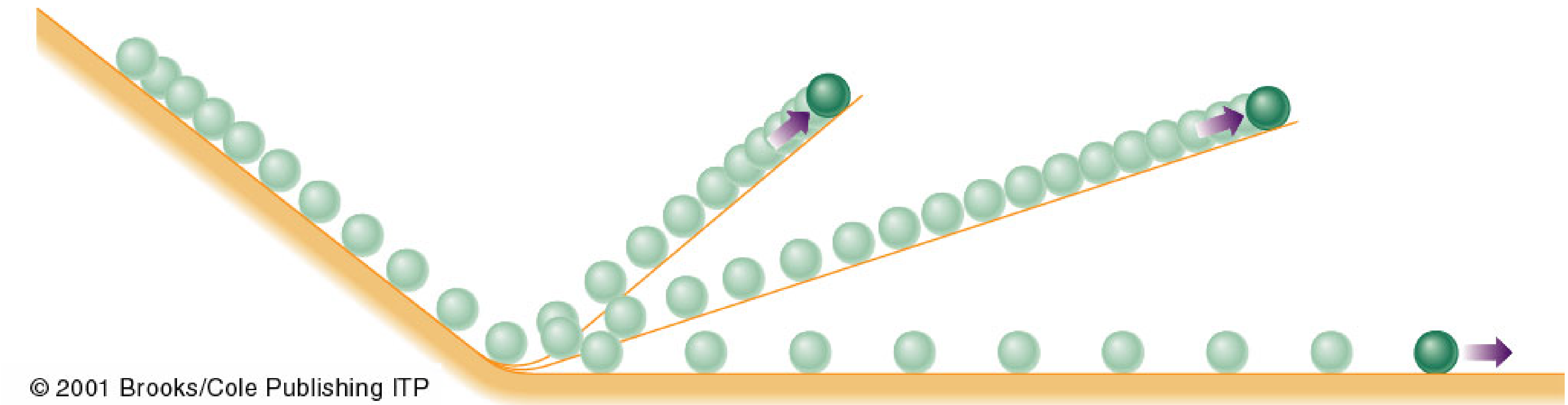






Dynamique

Quand la somme vectorielle de toutes les forces n'est pas zéro, la situation est dynamique. Il y a accélération, dans la direction de la force. Mais méfiez vous: s'il y a des contraintes au mouvement, par exemple via des rails ou la quille d'un bateu, seule une partie de la force peut agir.

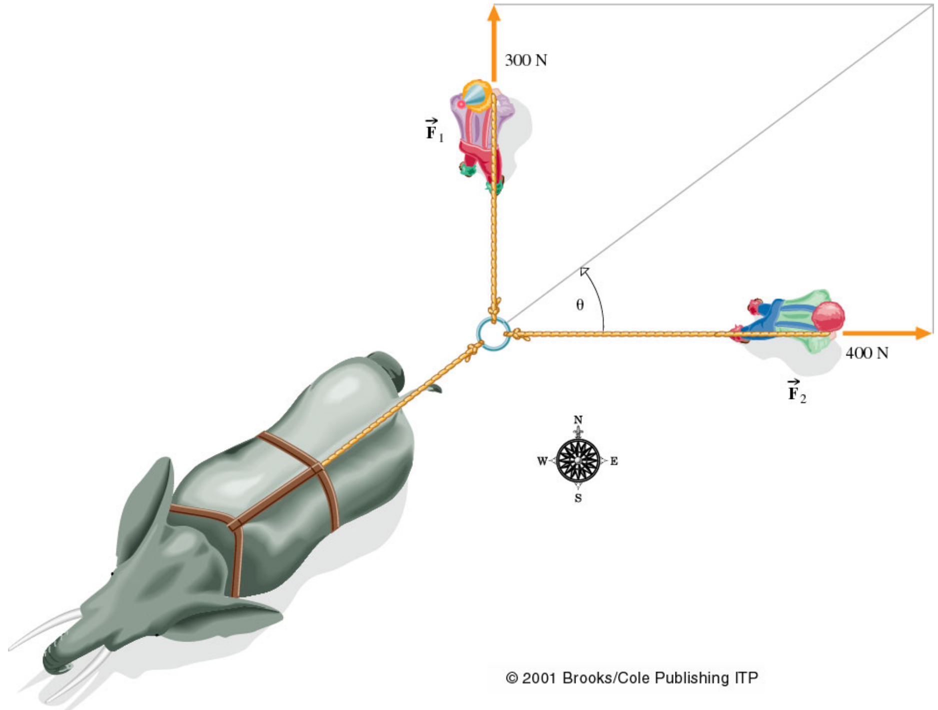


DvD 02-10

Exemple: Les clowns et l'éléphant

Deux clowns tirent sur un éléphant immobile, comme le montre la figure. Quelle force nette ou force résultante est ressentie par l'éléphant? Quel est la tension de la corde?

Nous nous rapellons que la force totale est un vecteur $\vec{F}$ et nous devons déterminer son module et sa direction à partir des deux forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$. Nous connaissons deux méthodes: celle du triangle et celle des composantes.



© 2001 Brooks/Cole Publishing ITP

Le problème est simplifié parce que $\vec{F}_1 \perp \vec{F}_2$. Le théorème de Pythagore nous dit que pour le triangle des forces: $F^2 = |\vec{F}|^2 = F_1^2 + F_2^2$, $F = 500$N. L'angle par rapport à la force $\vec{F}_2$ est $\theta = \tan^{-1} F_1/F_2 = 36.9°$. La force résultante pointe dans la direction est-nord est. La tension est 500N.

Pour la méthode des composantes, nous prenons l'axe x le long de $\vec{F}_2$, l'axe y le long de $\vec{F}_1$: $F_x = 0 + F_2$, $F_y = F_1 + 0$. Le module est $F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$. L'angle par rapport à l'axe x est $\theta = \tan^{-1} F_y/F_x = \tan^{-1} F_1/F_2$.

Exemple: L'unité fait la force

Déterminer la force nette exercée sur l'anneau par les trois personnes sur le dessin. La configuration est-elle en équilibre?

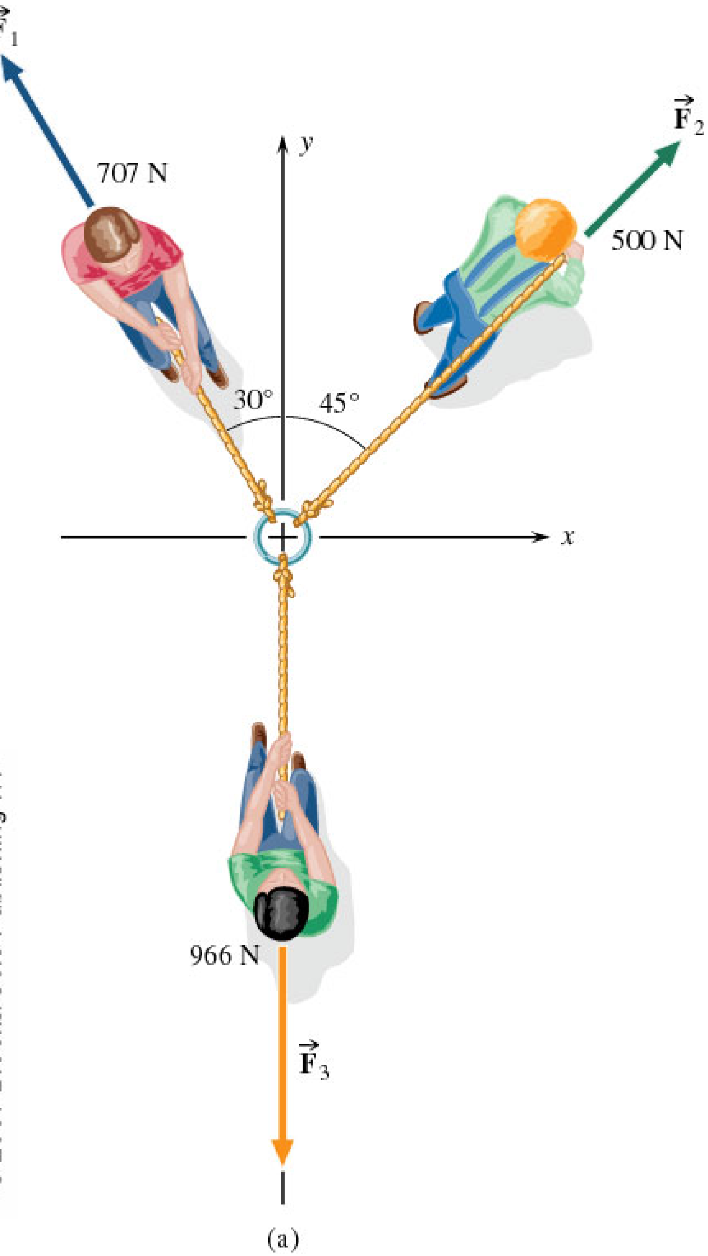
Nous avons besoin d'additionner trois vecteurs, $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$. La méthode des composantes s'impose. Nous commençons par la détermination des composantes des $\vec{F}_i$:

$$F_{ix} = F_i \cos\theta_i \quad ; \quad F_{iy} = F_i \sin\theta_i$$

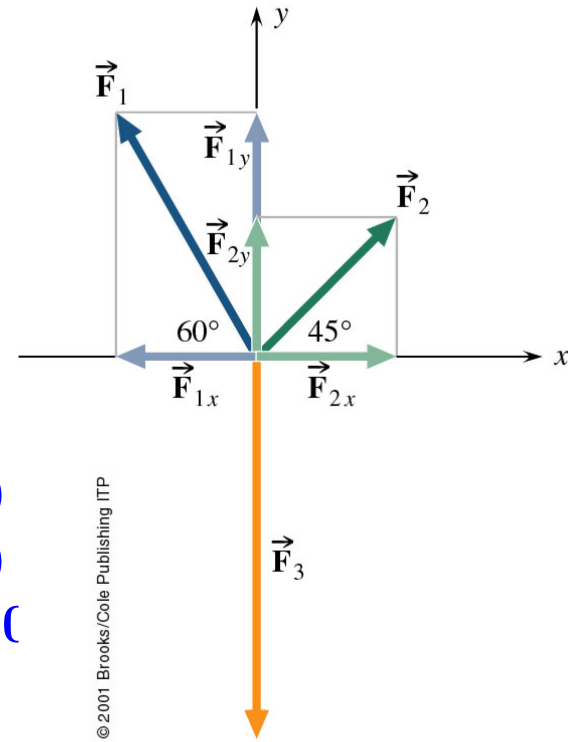
avec l'angle θ_i entre la force $\vec{F}_i$ et l'axe x. F_i est le module de la force $\vec{F}_i$.

Les composantes de la force résultante sont égales aux sommes des composantes:

$$\begin{aligned} F_x &= F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} \\ F_y &= F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} \end{aligned}$$



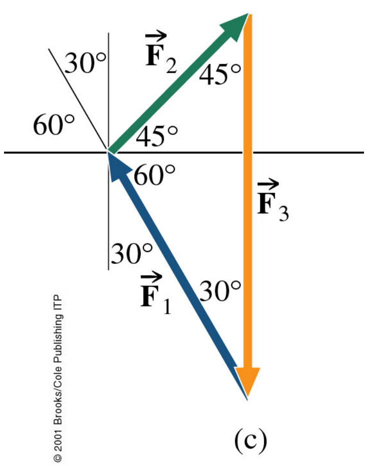
Exemple: L'unité fait la force



Nous commençons par la détermination des compo-santes des $\vec{F}_i$:

$$
\begin{aligned}
F_{1x} &= F_1 \cos 120^\circ \quad ; \quad F_{1y} = F_1 \sin 120^\circ \\
F_{2x} &= F_2 \cos 45^\circ \quad ; \quad F_{2y} = F_2 \sin 45^\circ \\
F_{3x} &= F_3 \cos 270^\circ \quad ; \quad F_{3y} = F_3 \sin 270^\circ
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
F_{1x} &= (707\mathrm{N}) \cdot (-0.500) \;;\; F_{1y} = (707\mathrm{N}) \cdot (0.866) \\
F_{2x} &= (500\mathrm{N}) \cdot (0.707) \;;\; F_{2y} = (500\mathrm{N}) \cdot (0.707) \\
F_{3x} &= (966\mathrm{N}) \cdot (0) \;;\; F_{3y} = (966\mathrm{N}) \cdot (-1.00
\end{aligned}
$$



(c)

La somme des composantes donne les composantes de la force résultante $\vec{F}$:

$$
\begin{aligned}
F_x &= F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} = 0 \\
F_y &= F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} = 0
\end{aligned}
$$

Les trois forces sont en équilibre.

Quantité de mouvement: l'impulsion

– La vitesse caractérise l'état instantané du mouvement.
– La masse caractérise l'inertie du corps, sa faculté à préserver cet état de mouvement.

Le produit de ces deux quantités, la quantité de mouvement ou impulsion p

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

est un vecteur qui nous donne une vraie mesure du mouvement. En SI, elle est exprimée en kg m/s.

Considérez une mouche et un poids lourd qui se déplacent tous deux à 60km/h. Préfériez-vous d'entrer en collision avec la mouche ou avec le poids lourd?

Cet exemple met en évidence que la force ne change pas seulement la vitesse, mais vraiment l'impulsion: Si $\vec{F}_m$ est la moyenne d'une force qui s'exerce sur un corps pendant l'intervalle de temps Δt, il en résulte une variation de la quantité de mouvement $\Delta\vec{p}$, telle que:

$$\vec{F}_m = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \frac{\Delta(m\vec{v})}{\Delta t}$$

La deuxième loi de Newton

En faisant tendre Δt vers zéro, on voit que c'est la force instantanée qui cause un changement instantané de l'impulsion. Ceci est le message de la 2ème loi de Newton:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt}$$

On peut lire cette loi dans les deux directions: Quand une particule sent une force, son impulsion change. Inversément, la force est causée par un changement d'impulsion. Mettant les deux faits ensemble, nous voyons que l'interaction entre deux corps est causée par un échange d'impulsion. Au niveau quantique, cet échange d'impulsion est véhiculé par l'échange d'une particule spécifique à chacune des quatres forces fondamentales.

Force	**Agit sur**	**Intensité**	**Portée**	**Porteur**
Forte	Quarks et particules contenant des quarks	10^4	$\sim 10^{-14}$ m	Gluons g
Electromagnétique	Particules chargées électriquement	10^2	∞	Photon γ
Faible	Toutes particules	10^{-2}	$\sim 10^{-17}$ m	$W^{\pm}, Z^0$
Gravitationnelle	Toutes particules	10^{-34}	∞	?

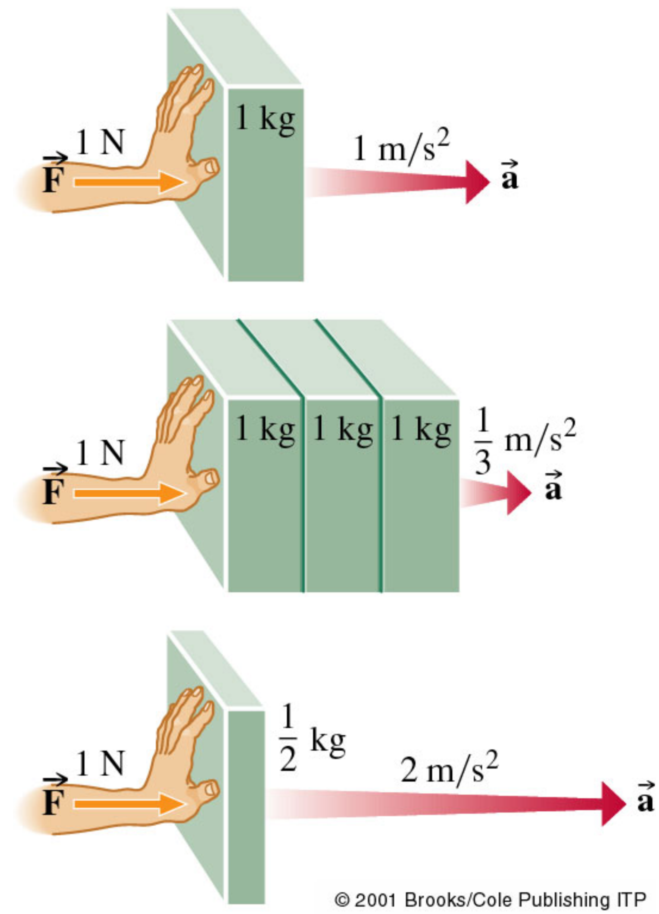
La deuxième loi de Newton

Si la masse d'un objet est constante, la dérivé par rapport au temps dans la 2ème loi de Newton ne concerne que la vitesse:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} \overset{m=\text{cte}}{=} m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$$

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

On voit que la force accélère les objets dans sa propre direction. Bien se rappeler que $\vec{F}$ est la résultante des forces, ou force nette sur le corps.

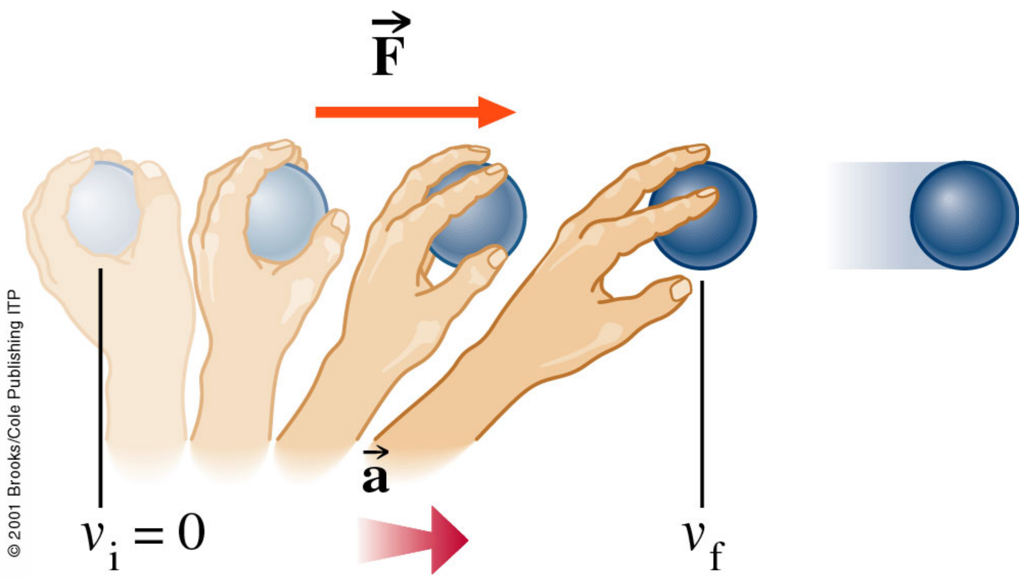


Une force de 1 N appliquée à un objet de masse 1 kg provoque une accélération constante de 1 m/s^2:

$$1\text{N} = 1\frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{s}^2}$$

Démo 4

Exemple: vitesse terminale



Une balle de masse 0.142kg quitte la main du joueur avec une vitesse terminale de 20.0m/s. Si le lancement rectiligne durait 0.020s, déterminer le module de la force en la supposant constante.

Prenons la direction du mouvement comme la coordonnée positive.

Sont donnés la masse de l'objet, $m = 0.142$kg, la durée de l'accélération, $\Delta t = 0.020$s et la vitesse avant et après l'accélération, $v_i = 0$, $v_f = 20.0$m/s. Comme la force est supposée constante, l'accélération l'est aussi, égale à l'accélération moyenne:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{\Delta t} = \frac{+20.0\text{m/s}}{0.02\text{s}} = +1000\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Etant donné la masse et l'accélération, la 2ème loi de Newton donne la force:

$$F = ma = (0.142\text{kg}) \cdot (1000\text{m/s}^2) = 142\text{N}$$

DvD 01-16

Interaction: La 3ème loi de Newton

Jusque là nous avons considéré l'action d'une force externe sur une particule : La force change l'impulsion de la particule selon la deuxième loi de Newton. Mais d'ou vient cette force?

La force est directement ou indirectement générée par une autre particule. Le processus implique deux partenaires, le changement de mouvement concerne forcément les deux. Une interaction a lieu. Deux particules identiques s'approchant à la même vitesse doivent sentir la même force en s'interchoquant, et subir la même modification de leur mouvement après l'impact.

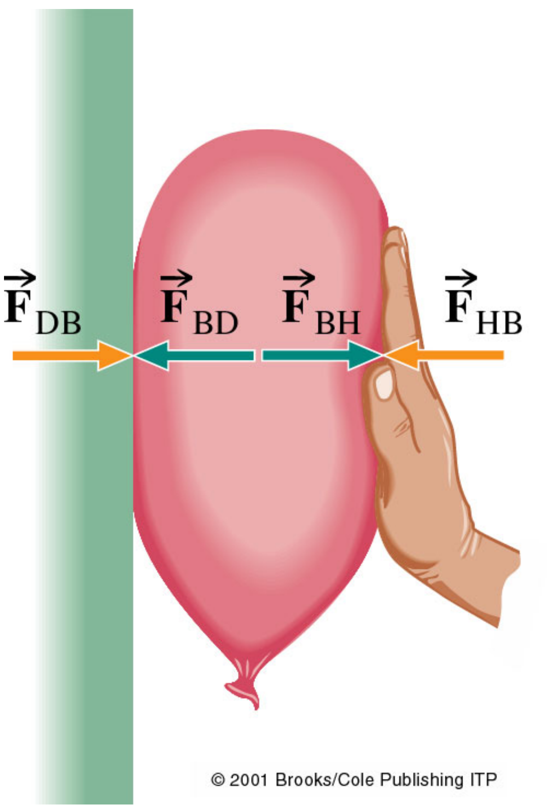
Examinons les interactions au niveau atomique lors d'un choc mécanique entre deux objets macroscopiques: quand on saute depuis une chaise sur le sol, pourquoi ne le transperce-t-on pas? C'est grâce à l'interaction électromagnétique que les atomes de notre corps ainsi que ceux du plancher tiennent ensemble pour former un corps apparemment solide. Quand un tel corps subit un choc avec un autre, la couche extérieure se déplace légèrement par rapport aux autres, repousse la deuxième couche et ainsi de suite. La déformation du plancher crée la force qui ralentit notre chute jusqu'à l'arrêt complet. Plus indéformable est le plancher, plus violent est l'arrêt, plus on se fait mal.

Interaction: La 3ème loi de Newton

La troisième loi de Newton formalise cette vue de l'interaction:

Lorsque deux corps A et B interagissent, ils exercent l'un sur l'autre des forces égales en grandeur et opposées en direction:

$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$$



Ceci veut dire que chaque force fait partie d'une paire interactive. Comme les deux forces agissent sur deux corps différents, elles ne s'annulent pas : L'effet de l'interaction sur chaque partenaire existe bien.

Quand on parle d'une force, on ne considère d'habitude que la moitié de l'interaction. Quand on ressent la gravitation, c'est parce que la Terre attire tous nos atomes vers son centre. Mais en même temps, la Terre est attirée par nous, et avec la même force. Chaque fois que l'on voit un objet se comporter autrement que selon la loi d'inertie, c'est qu'un autre objet doit faire partie du système et interagir avec lui.

DvD 02-18, 02-19, 02-20

Les effets de la force

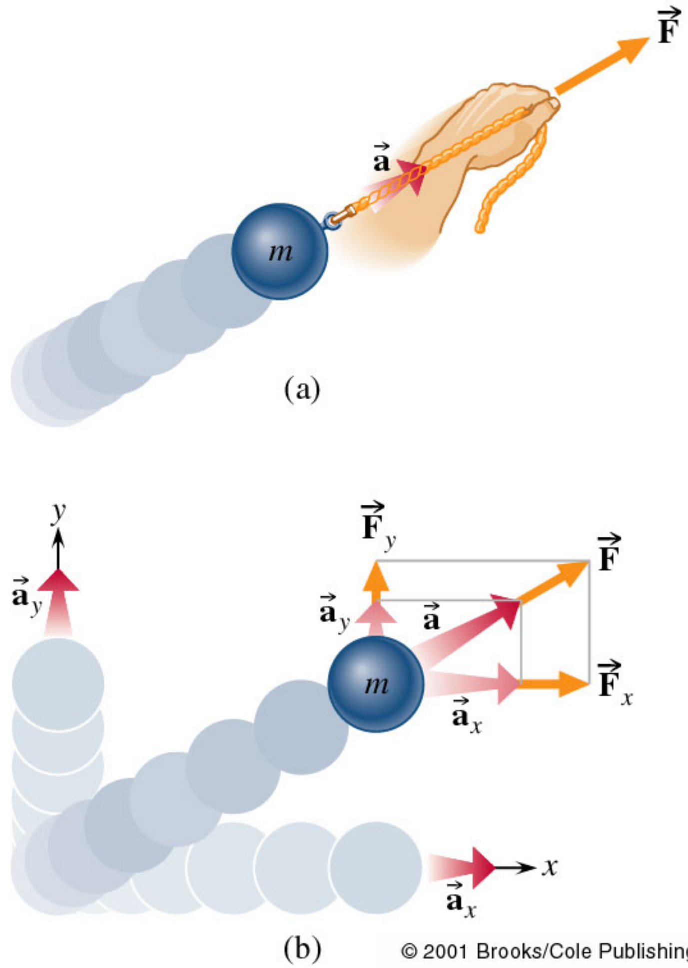
La force qui figure dans la 2ème loi de Newton, $\vec{F} = m\vec{a}$ est la force nette appliquée à l'objet de masse m, la somme de toutes les forces appliquées:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

Cette équation représente en effet trois équations, une pour chaque composante de l'espace:

$$\sum F_x = ma_x$$
$$\sum F_y = ma_y$$
$$\sum F_z = ma_z$$

Chaque équation s'applique indépendemment et simultanément. La force nette le long d'une direction est la somme de toutes les composantes des différentes forces dans cette direction.

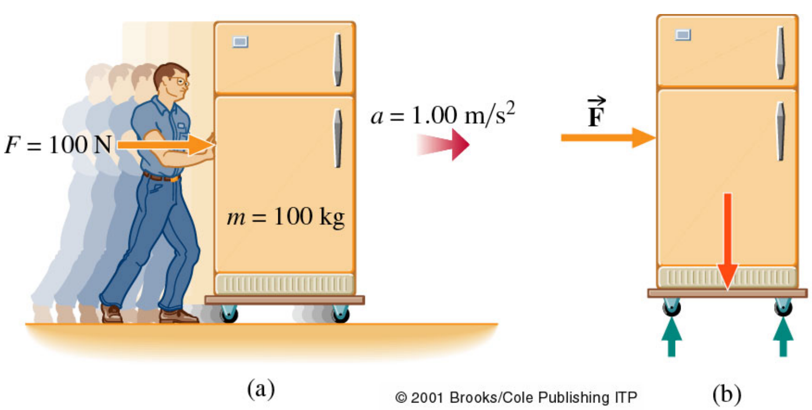


Le diagramme du corps isolé

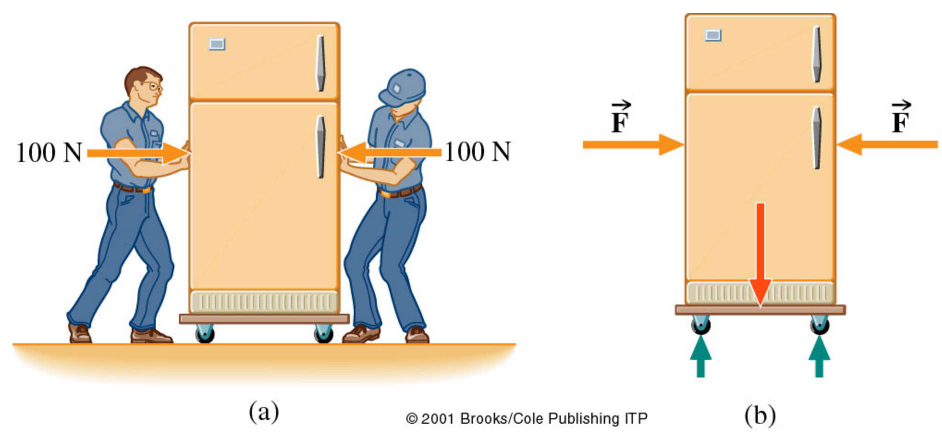
Le diagramme du corps isolé est un outil très utile pour identifier les forces agissant sur un objet. On le construit comme suit:

– enlever tout autre objet en contact avec celui que l'on considère ;

– remplacer chaque source d'interaction par une force vecteur.



Dynamique: $\sum \vec{F} \neq 0$

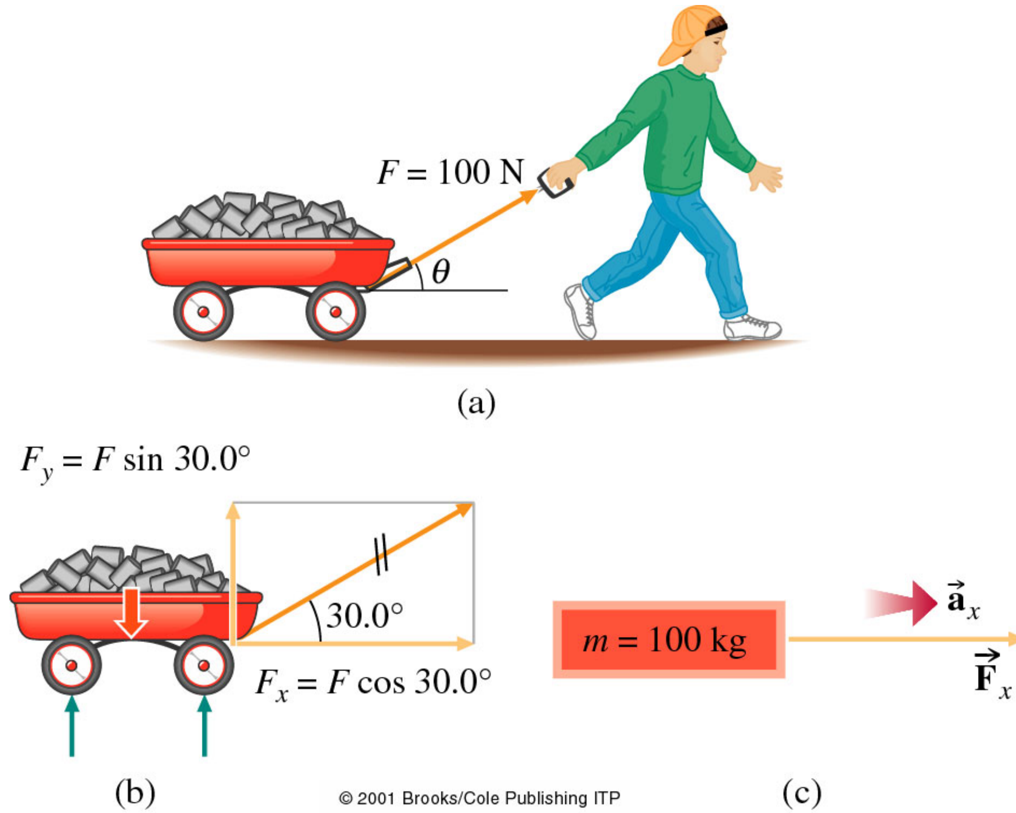


Equilibre statique: $\sum \vec{F} = 0$

Exemple: Le chariot

Un enfant tire un chariot de masse total 100kg. Il applique une force constante de 100N sous un angle de 30°. Ignorant la friction, calculer la force horizontale et l'accélération résultante du chariot.

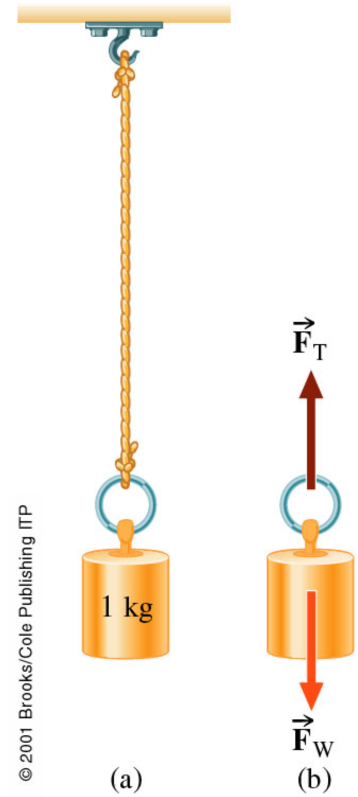
Le chariot étant trop lourd pour être soulevé, la composante verticale de la force reste sans conséquence.



Définissons un système de coordonnées avec l'axe x horizontal, pointant dans la direction de la force. Un diagramme du corps isolé nous dit que la seule force dynamique est la composante horizontale $\boldsymbol{F_x}$:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{F_x} &= \boldsymbol{F \cos\theta = F \cos 30.0^\circ = +86.6\text{N} = m a_x} \\ \boldsymbol{a_x} &= \boldsymbol{\frac{F\cos\theta}{m} = \frac{+86.6\text{N}}{100\text{kg}} = +0.866\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \end{aligned}$$

Le diagramme du corps isolé



Une masse d'un kilogramme est attachée à une corde. La gravitation agit sur tous les atomes du poids et l'attire vers la terre, c'est-à-dire vers le bas, avec une force totale $\vec{F}_W$. Le module F_W est ce que nous appelons le poids. On suppose que le poids de la corde soit négligeable par rapport à celui de la masse. Par conséquent nous pouvons l'ignorer.

La masse tire donc vers le bas à l'extrémité de la corde. La corde tire vers le haut avec une force dont la magnitude est la tension F_T. Définissons y comme un axe vertical pointant vers le haut et appliquons la 2ème loi de Newton:

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_T + \vec{F}_W = m\vec{a} = 0$$

Il y a donc équilibre entre tension et poids. Comme il n'y a qu'un seul axe qui importe, nous pouvons passer en notation scalaire, en respectant les signes:

$$\sum F_y = (+F_T) + (-F_W) = 0$$

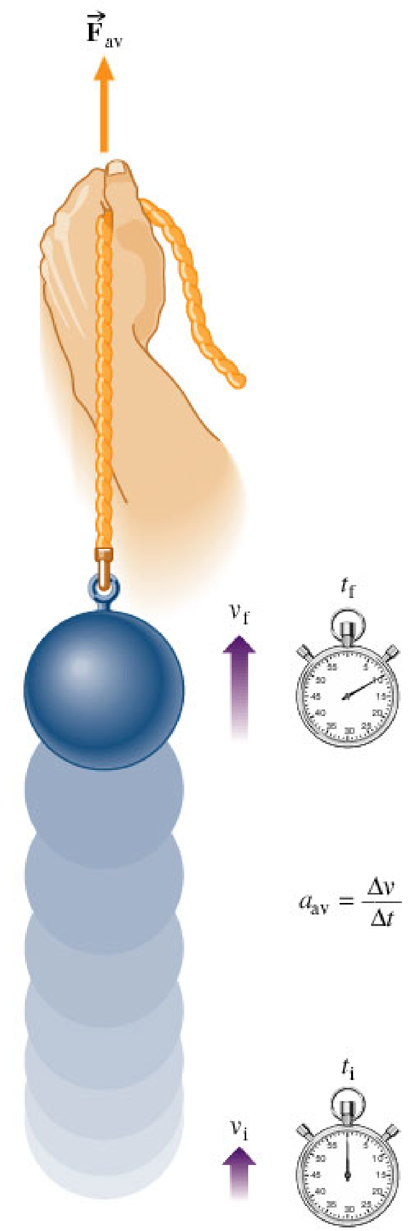
La tension est la même en chaque point de la corde, toujours dirigée le long de la corde.

La force moyenne

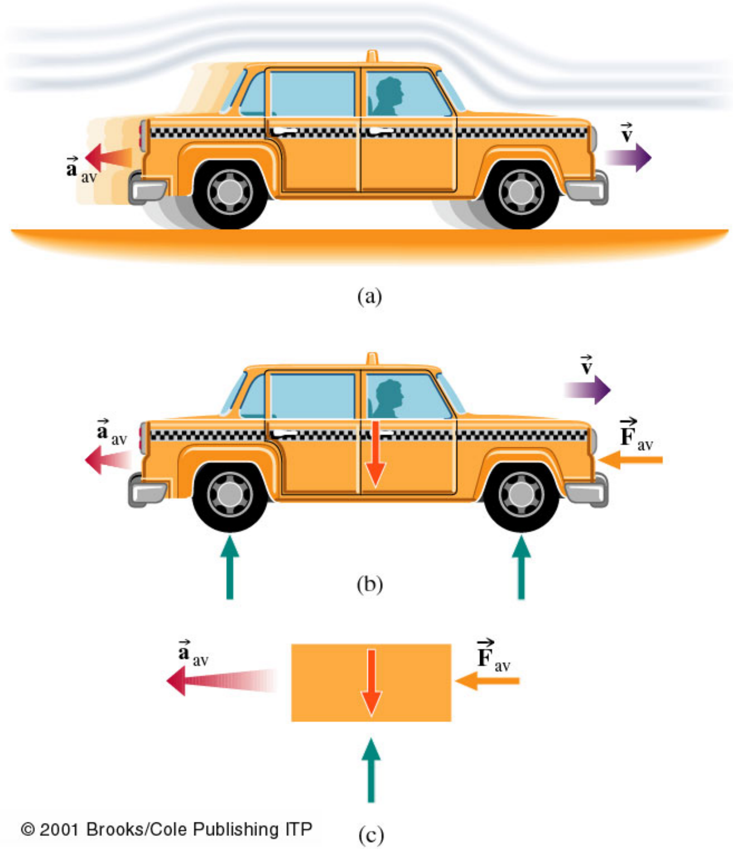
Le plus souvent, la force sur un objet n'est pas constante pendant un intervalle substantiel de temps, Δt. Par conséquent, l'accélération varie aussi. Néanmoins, les vitesses initiale et finale ont une différence Δv qui ne dépend pas de ces détails. Pour un mouvement rectiligne on a:

$$F_m = m a_m$$

La force moyenne F_m est la force constante qui produirait le même effet que la force variable pendant l'intervalle Δt.



Exemple: Le taxi ralentit



Un vieux taxi, de masse 1741.7kg, roule sur une route à la vitesse 35.8m/s, lorsque le conducteur décide de le faire rouler au point-mort. La résistance de l'air le ralentit jusqu'à 22.4m/s en 24s avec une décélération non-uniforme.

– Calculer la décélération moyenne pendant cet intervalle de temps.

– Déterminer la force moyenne scalaire agissant sur la voiture.

La définition de l'accélération nous dit que la moyenne est:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{\Delta t} = \frac{(22.4 - 35.8)\text{m/s}}{24\text{s}} = -0.558\text{m/s}^2$$

Etant donné la masse de l'objet, la force moyenne est:

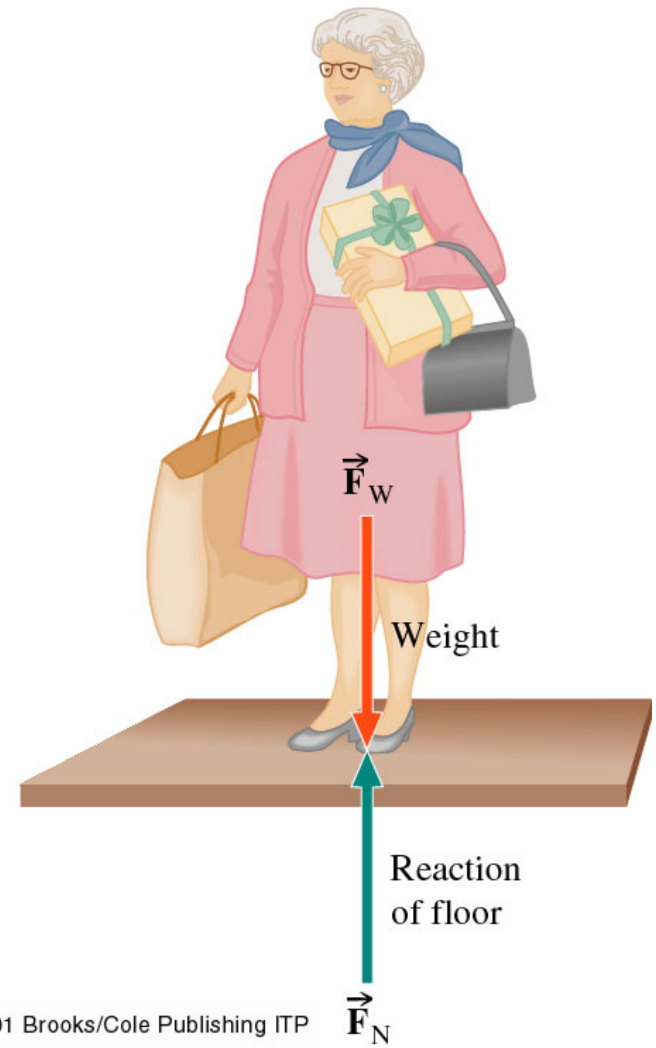
$$F_m = m a_m = (1741.7\text{kg}) \cdot (-0.558\text{m/s}^2) = -971.9\text{N}$$

Le poids

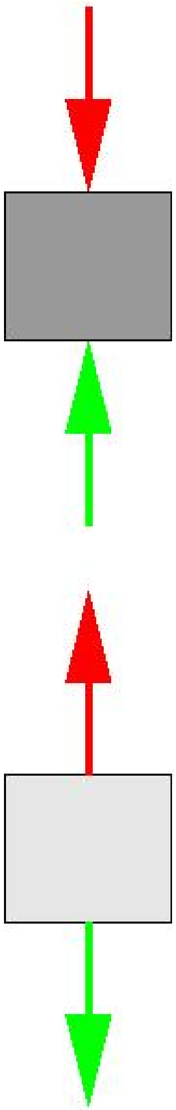
A chaque moment, le soleil, la lune et toutes les planètes, avec une bonne partie des étoiles près du système solaire, interagissent avec vous gravitationnellement. Votre poids est le résultat net de vos interactions avec l'Univers entier.

D'un point de vue pratique, l'influence de la Terre est dominante et toute autre influence est négligeable. On définit alors le poids comme la force verticale gravitationnelle sur un corps à la surface de la Terre.

Parce que la Terre tourne sur elle-même, vous êtes entrainé dans cette rotation. Ainsi, le pèse-personne dans votre salle de bain montre un poids légèrement inférieur à celui défini ci-dessus (voir Mouvement circulaire). On peut l'appeler un poids effectif. Cette différence est négligeable.



Le poids: force gravitationnelle



Le poids est une force externe agissant sur un objet. La Terre le tire vers le bas, et l'objet tire la Terre vers le haut. Comme on ne chute pas vers le centre de la planète, une force doit être là pour nous arrêter. Ceci est la force électromagnétique qui agit contre la pression exercée par le poids de la personne. Quand deux forces collinéaires de directions opposées poussent sur un objet, celui-ci est comprimé. Quand ils tirent sur l'objet, il est étiré.

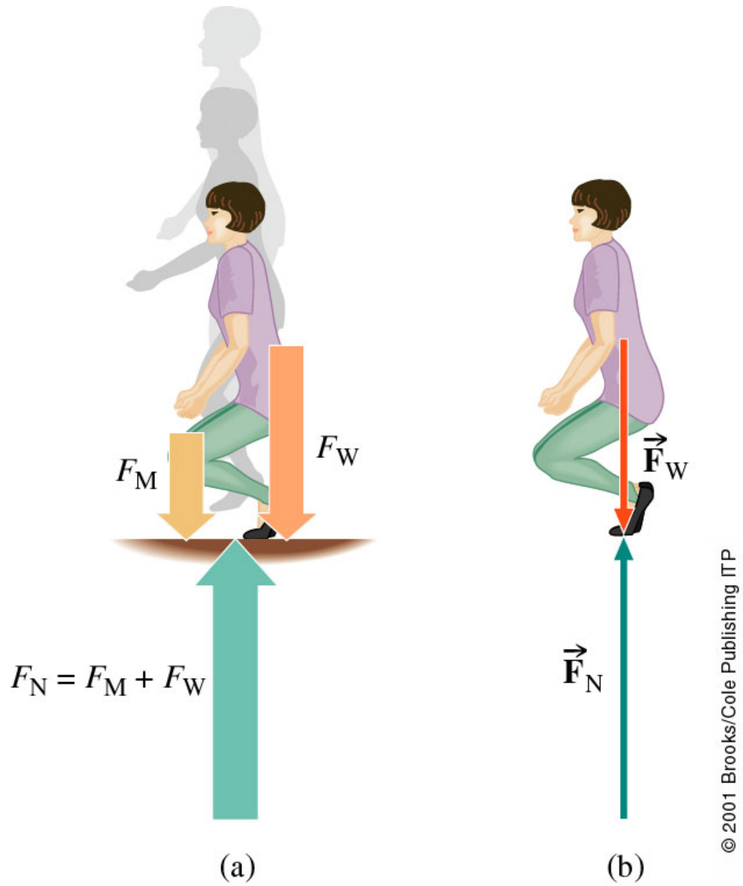
Appelons la force perpendiculaire exercée sur un support la charge. Pour un brique posé par terre, la charge égale son poids. Si on le tire légèrement vers le haut, la charge diminue; quand on pose les pieds dessus, la charge augmente. Plus grande est la charge, plus grand est la déformation d'un objet.

Quand on reste debout immobile, la force nette sur notre corps est zéro, le poids vers le bas et la réaction du plancher se compensent. La 2ème loi de Newton réclame que l'on reste alors immobile dans la direction verticale. Si, pour des raisons structurales, le plancher ne peut plus résister à notre poids, la force nette sur notre corps sera verticale vers le bas et on sera accéléré dans cette direction à travers le plancher.

La physique du saut

Quand on veut sauter, une force nette externe vers le haut doit agir sur notre corps. Ainsi on sera accéléré vers le haut.

La 3ème loi de Newton nous enseigne comment faire: appuons sur le plancher et celui-ci va nous pousser vers le haut. La force $\vec{F}_M$ des muscles pousse vers le bas. La charge totale est la somme de cette force et du poids, $\vec{F}_M + \vec{F}_W$, la réaction du plancher est donc $\vec{F}_N = -(\vec{F}_M + \vec{F}_W)$.

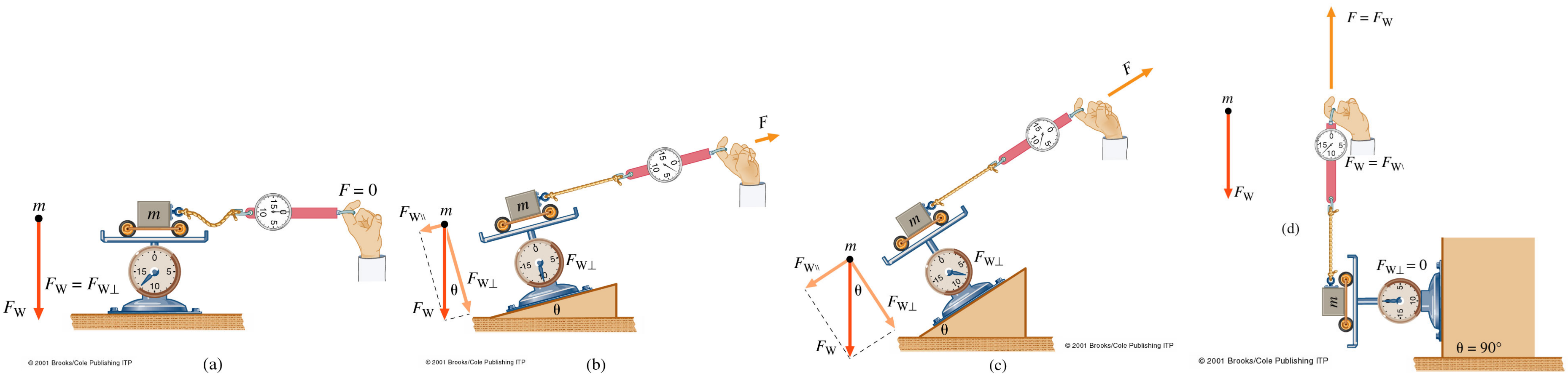


Il n'y a que deux forces externes agissant sur le corps: $\vec{F}_W$ vers le bas et $\vec{F}_N$ vers le haut:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} = \vec{F}_W + \vec{F}_N = \vec{F}_W - (\vec{F}_M + \vec{F}_W) = -\vec{F}_M$$

Ceci est une force nette vers le haut qui nous accélère dans la direction voulue.

Le plan incliné



Considérons un objet sur un plan incliné. La force gravitationnelle agit strictement vers le bas, mais elle a une composante $\vec{F}_{W||}$ parallèle au plan ainsi qu'une composante $\vec{F}_{W\perp}$ perpendiculaire au plan. Comme le seul mouvement possible est le long du plan incliné, il est donc produit par $\vec{F}_{W||}$. (Nous verrons par la suite que $\vec{F}_{W\perp}$, bien que compensée par la réaction du plan, influence le frottement et donc aussi le mouvement.) L'angle $\vec{\theta}$ entre le vecteur du poids et la normale au plan est égal à l'angle d'inclinaison du plan:

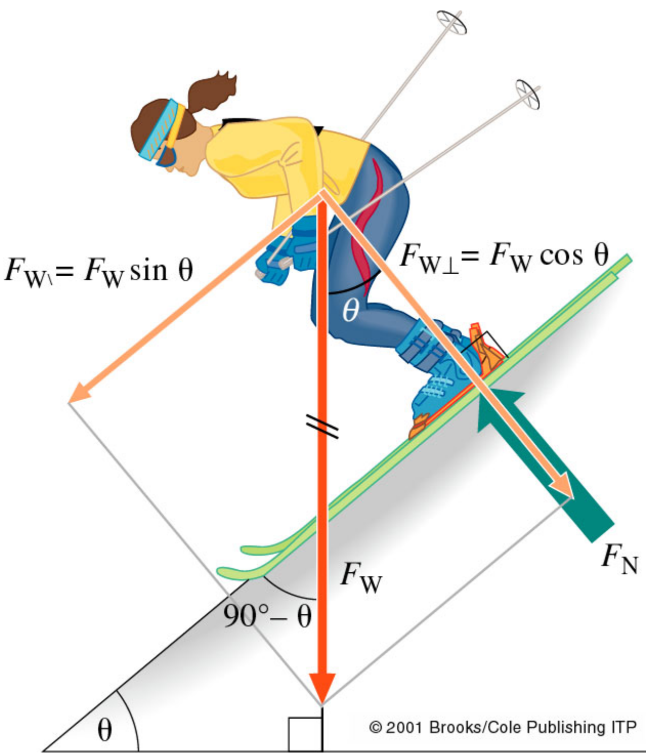
$$F_{W||} = F_W \sin\theta \qquad ; \; F_{W\perp} = F_W \cos\theta$$

Ainsi à $\theta = 0$, $F_{W||} = 0$ et il n'y a pas de mouvement. A $\theta = 90^\circ$, $F_{W||} = F_W$.

Démo 2

Exemple: tout schuss

Une skieuse de 50.0kg fait un schuss sur un plan enneigé incliné de 30.0°. On néglige le frottement et la résistance de l'air. Calculer (a) le module de la force normale agissant sur elle, (b) le module de la force qui la fait glisser le long du plan incliné et (c) l'accélération résultante.

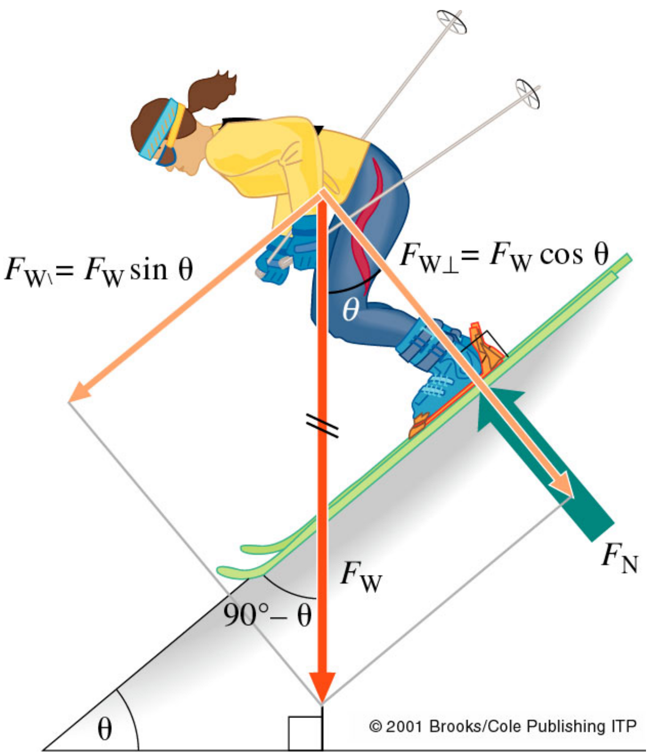


Le diagramme du corps isolé nous permet de déterminer les deux composantes de la somme des forces. (a) La composante du poids qui l'appuie sur la neige est:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{F_{W\perp}} &= \boldsymbol{mg\cos\theta} \\ &= (\mathbf{50}\text{kg}) \cdot (\mathbf{9.81}\text{m/s}^2)\cos\mathbf{30}° \\ &= \mathbf{425}\text{N} \end{aligned}$$

Prenons cette direction comme positive. La composante normale du poids est compensée par la force $-\boldsymbol{F_N}$ exercée par la surface, donc $\sum \boldsymbol{F_\perp} = \boldsymbol{F_{W\perp}} - \boldsymbol{F_N} = \mathbf{0}$. La surface ne permet pas d'accélération dans cette direction, donc $\boldsymbol{a_\perp} = \mathbf{0}$.

Exemple: tout schuss



(b) La composante du poids parallèle à la surface est:

$$\begin{aligned} F_{W\|} &= mg\sin\theta \\ &= (50\mathrm{kg})\cdot(9.81\mathrm{m/s^2})\sin 30^\circ \\ &= 245\mathrm{N} \end{aligned}$$

(c) Prenons cette direction encore une fois comme positive. Il n'y a aucune autre force qui agit dans cette direction, alors:

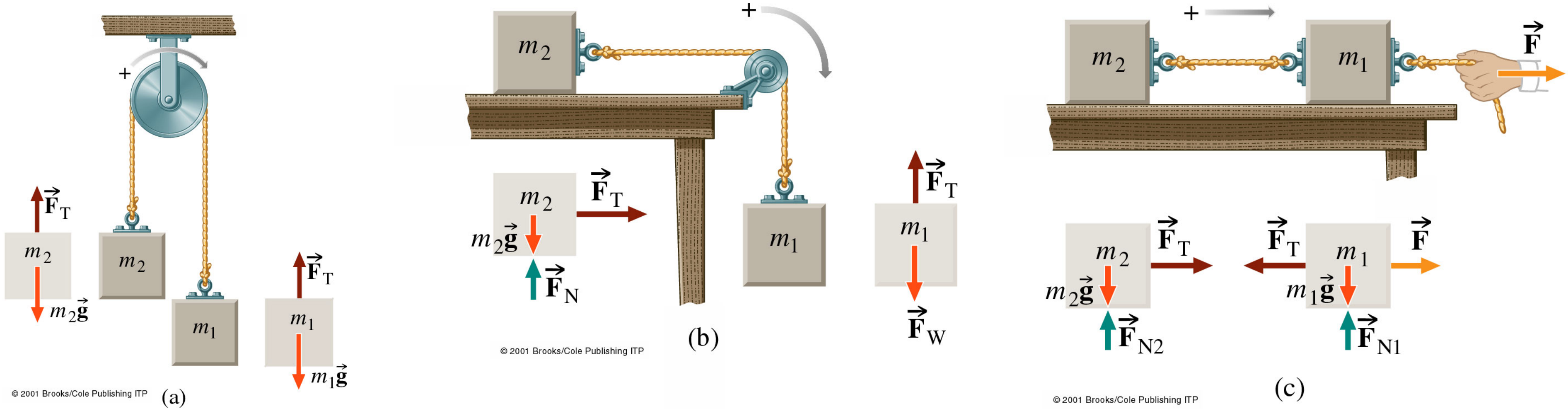
$$\sum F_{\|} = F_{W\|} = ma_{\|}$$

L'accélération dans cette direction est:

$$a_{\|} = \frac{mg\sin\theta}{m} = g\sin\theta = (9.81\mathrm{m/s^2})\sin 30^\circ = 0.5g$$

Ce résultat est indépendant de la masse (rappellez vous la plume et la pièce!). Il s'applique à tout corps glissant sur un plan incliné à 30°.

Mouvements couplés



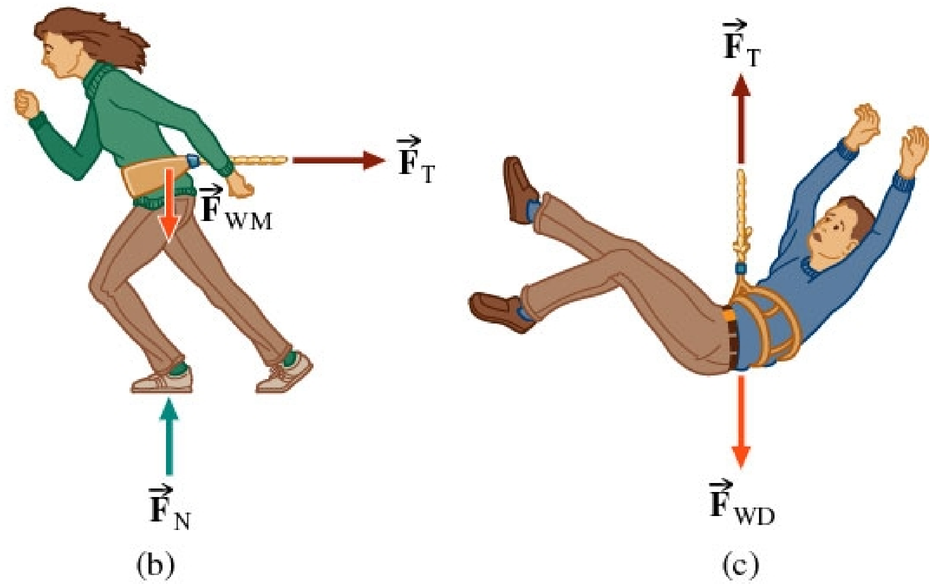
Les deux masses sur les figure sont attachées ensemble par une corde inextensible. Les poulies sont légères et sans frottement, il n'y a donc pas de force tangentielle et la tension est constante le long de chaque corde. Pour le moment, les surfaces sont aussi sans frottement. Supposons que le mouvement a lieu pour chaque cas dans la direction de la flêche. La plus grande masse m_1 tire la corde et la corde tire la masse m_2. La masse entrainée ne peut pas dépasser et détendre la corde, ni trainer derrière avec une accélération inférieure à celle de la corde. Les deux masses ont donc la même accélération a. Avec deux masses et en utilisant la 2ème loi de Newton nous pouvons écrire deux équations couplées et déterminer deux inconnues, par ex. F_T et a.

Exemple: chute en montagne

Marie ($m_M = 50$kg) et son ami Daniel ($m_D = 70$kg) sont liés ensemble par une corde de masse négligeable. Elle est debout, marche sans frottement sur une plaque horizontale de glace mouillée quand son ami tombe d'une falaise. La corde passe sans frottement sur une branche d'arbre. Nous supposons que la partie de la corde vers la fille est horizontale. Déterminer (a) la tension de la corde et (b) les accélérations des deux personnes.

Exemple: chute en montagne

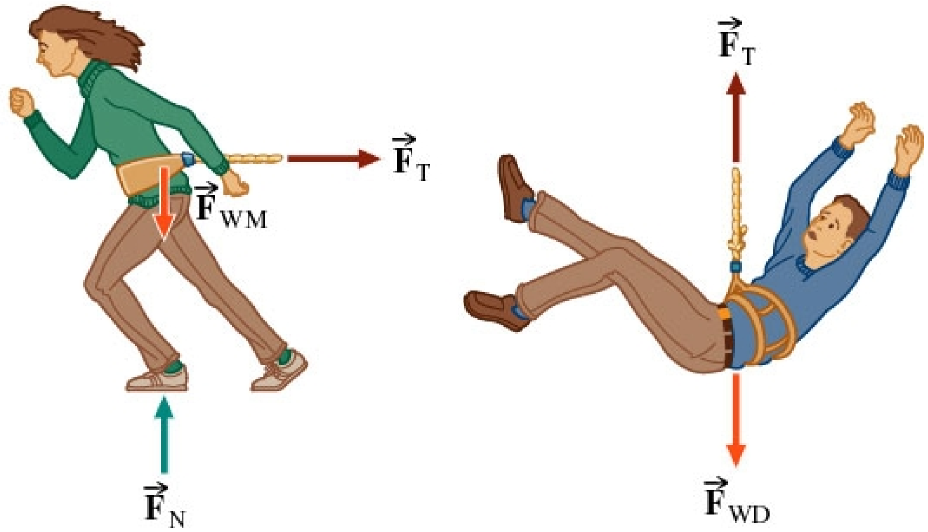
Faisons d'abord une représentation du corps isolé pour chaque personne. Tant que le corde ne se détend pas, $\boldsymbol{a_M} = \boldsymbol{a_D} \equiv \boldsymbol{a}$. Comme le garçon est plus lourd que la fille, l'expérience nous dit que le mouvement ira de la fille vers le garçon. Pour elle, la direction vers la droite sera positive, pour lui, elle sera positive vers le bas.



On a deux inconnues, $\boldsymbol{F_T}$ et $\boldsymbol{a}$, nous avons donc besoin de deux équations. Le poids de la fille est compensé par le sol, elle n'a qu'un mouvement horizontal. Appliquons la 2ème loi à la fille dans cette direction:

$$\sum \boldsymbol{F_{hor}} = \boldsymbol{F_T} = \boldsymbol{m_M a}$$

Exemple: chute en montagne



(b) (c)

$$\sum F_{hor} = F_T = m_M a$$

Pour Daniel, il n'y a pas de force horizontale, son mouvement est donc vertical:

$$\sum F_{ver} = F_{WD} - F_T = m_D a$$

Substituant F_T de la première équation et avec $F_{WD} = m_D g$ nous avons:

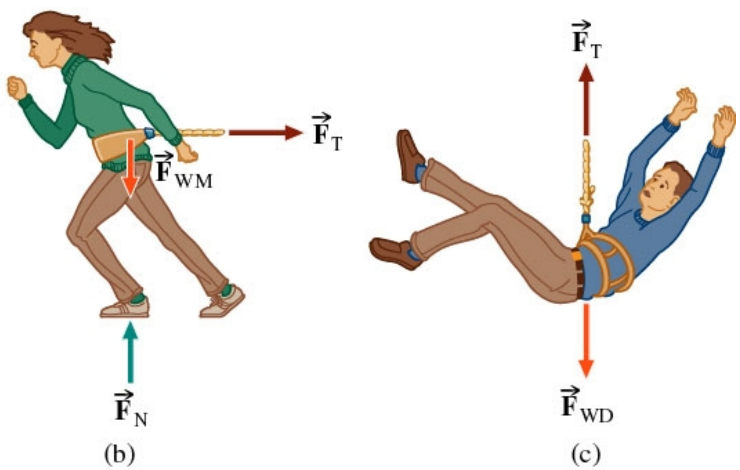
$$\begin{aligned} F_{WD} - m_M a &= m_D g - m_M a = m_D a \\ a &= \frac{m_D}{m_D + m_M} g \\ F_T &= \frac{m_M m_D}{m_D + m_M} g \end{aligned}$$

Les résultats numériques sont $a = 0.58g$ et $F_T = 0.29$kN.

Exemple: chute en montagne

Regardons les cas extrêmes du résultat général:

$$a = \frac{m_D}{m_D + m_M} g \quad ; \quad F_T = \frac{m_M m_D}{m_D + m_M} g$$



Si Marie est beaucoup plus légère que Daniel, $m_M \ll m_D$, nous avons

$$a \simeq g \quad ; \quad F_T \simeq m_M g$$

Daniel est en chute quasi-libre et accélère Marie aussi avec g, mais horizontalement.

Dans le cas contraire, $m_M \gg m_D$, nous avons:

$$a \simeq 0 \quad ; \quad F_T \simeq m_D g = F_T$$

comme si Daniel était attaché à un rocher très lourd.

Le frottement

L'expérience de tous les jours montre qu'un objet non soumis à une force motrice ne reste pas indéfiniment en mouvement rectiligne à vitesse constante, en violation apparente de la première loi de Newton. La deuxième loi nous dit qu'il faut une force pour décélerer le mouvement: la force de frottement.

Il y a deux formes principales de cette force:

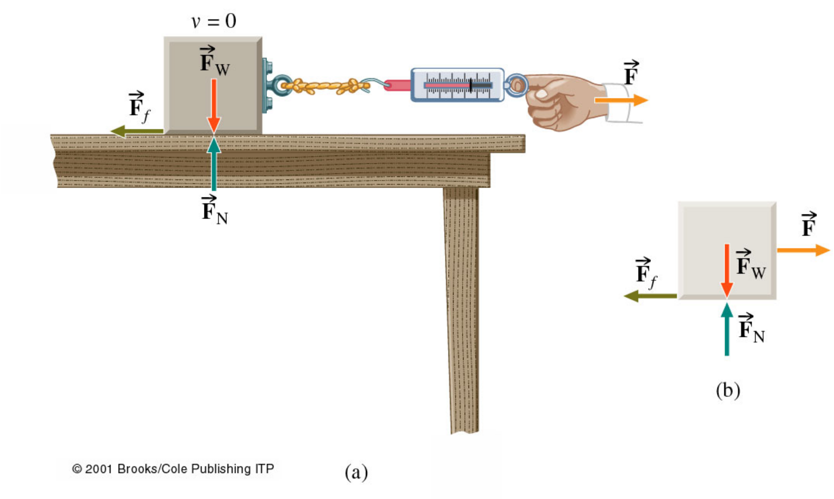
– le frottement cinétique s'oppose à un mouvement déjà établi;
– le frottement statique empèche un mouvement de démarrer.

L'origine du frottement est l'interaction électromagnétique des atomes qui forment les solides, les liquides et les gaz. Exemples:

– Le frottement liquide-gaz nous évite d'être bombardé par des gouttes de pluie de grande vitesse. Il permet au vent de remuer la mer.
– Le frottement liquide-solide ralentit la circulation du sang dans les vaisseaux. Le frottement des marées contre le sol ralentit la rotation de la terre.
– Le frottement solide-gaz ralentit les voitures: à 110 km/h une voiture utilise 70% de son carburant pour vaincre la résistance de l'air.
– Le frottement solide-solide nous permet d'agir: sans lui on ne pourrait ni porter vêtements, ni marcher, ni manger.

Le frottement statique

Nous étudions par la suite le frottement sec, et limitons la discussion aux solides immobiles, glissants ou roulants sur autres solides. Attention: l'analyse du frottement est difficile et sa base expérimentale limitée par les contaminations (traces de liquide entre les surfaces etc.).



DvD 03-02

Nous commençons la discussion par le frottement statique. Un bloc de poids $\vec{F}_W$ est posé sur une table, celle-ci lui oppose une force normale $\vec{F}_N$, toutes deux verticales. Une force horizonale est appliquée et mesurée par un dynamomètre à ressort. Si cette force est faible, le bloc ne bouge pas. Il y donc une force vers la gauche égale et opposée à $\vec{F}$, parallèle à la surface, qui s'oppose au mouvement. C'est la force $\vec{F}_f$ du frottement statique.

Si l'on augmente $\vec{F}$ et si le bloc ne bouge toujours pas, $\vec{F}_f$ doit augmenter aussi. Si $\vec{F}$ dépasse une valeur limite, le bloc finit par se mettre en mouvement. Cette limite correspond au maximum du frottement statique F_f^{max}.

Propriétés du frottement statique

– Le frottement maximum F_f^{max} est proportionnel à la force normale:

$$F_f^{\text{max}} = \mu_s F_N$$

– Le coefficient de proportionalité, le coefficient de frottement statique, μ_s, dépend des deux matériaux en contact. Exemples qualitatifs:

Matériaux	μ_s
Acier sur glace	0.1
Acier sur acier, sec	0.6
Acier sur acier, graissé	0.1
Bois sur bois	0.5
Téflon sur acier	0.04
Chaussure sur glace	0.1
Bottes de montagne sur rocher	1.0
Pneus de voiture sur beton sec	1.0
Caoutchouc sur asphalte	0.6

Démo 59, DvD 02-05

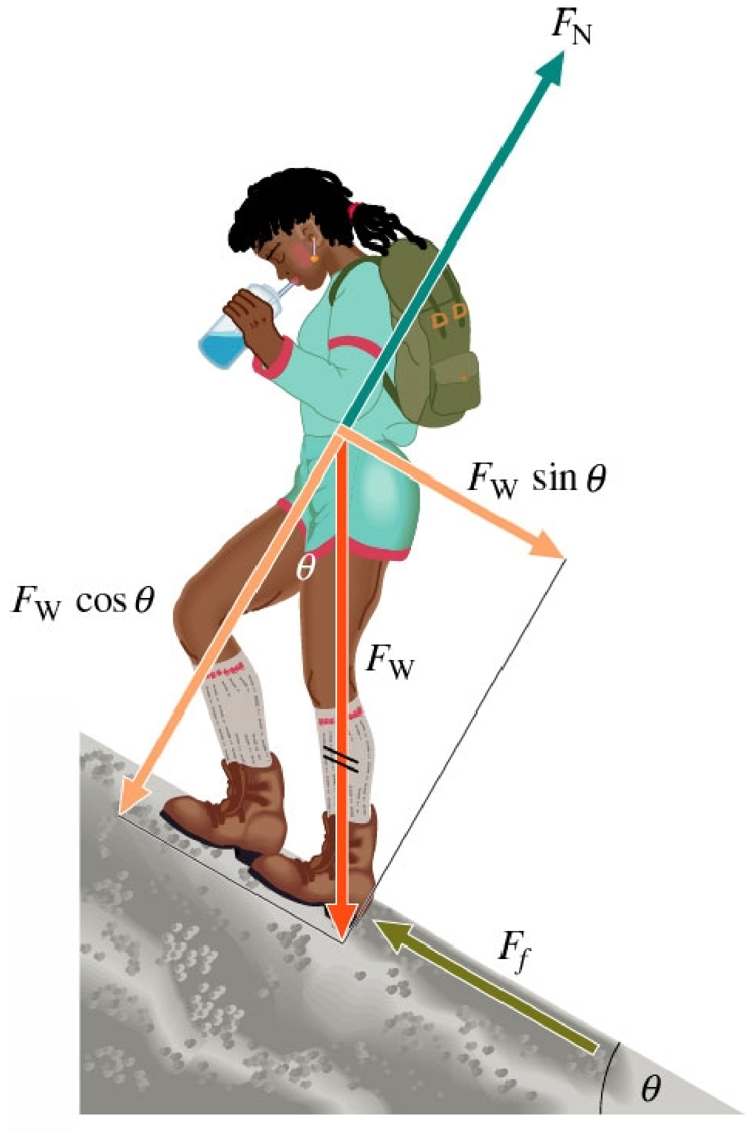
– F_f^{max} est indépendant de la valeur de la surface en contact entre les deux corps. Ainsi la force de frottement maximum d'un parallélépipède rectangle posé sur une table est la même pour toutes les faces.

Exemple: l'alpiniste

Une alpiniste se tient debout sur la face rocheuse d'une montagne. Les semelles et les talons de ses chaussures ont un coefficient de frottement statique égal à 1.0.

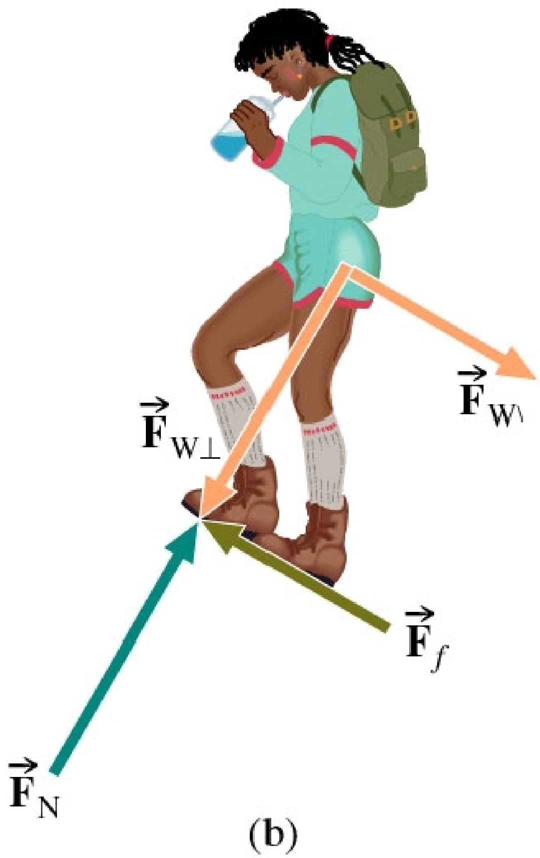
(a) Quelle est la plus grande pente sur laquelle elle peut se maintenir sans glisser?

(b) Supposant que ses vêtements ont un coefficient de frottement statique de 0.3, que se passe-t-il quand elle s'assoit sur la pente pour se reposer?



(a)

Exemple: l'alpiniste



(a) Le poids de l'alpiniste, $\vec{F}_W$ agit verticalement. La composante normale à la surface rocheuse, $F_{W\perp} = F_W \cos\theta$, est compensée par la force normale $\vec{F}_N$. La composante parallèle à la surface, $\vec{F}_{W||} = F_W \sin\theta$ doit être équilibrée par la force de frottement $\vec{F}_f$. L'alpiniste est immobile dans les deux directions:

$$\sum F_\perp = 0 = F_N - F_W \cos\theta \quad \longrightarrow \quad F_N = F_W \cos\theta$$
$$\sum F_{||} = 0 = F_f - F_W \sin\theta \quad \longrightarrow \quad F_f = F_W \sin\theta$$

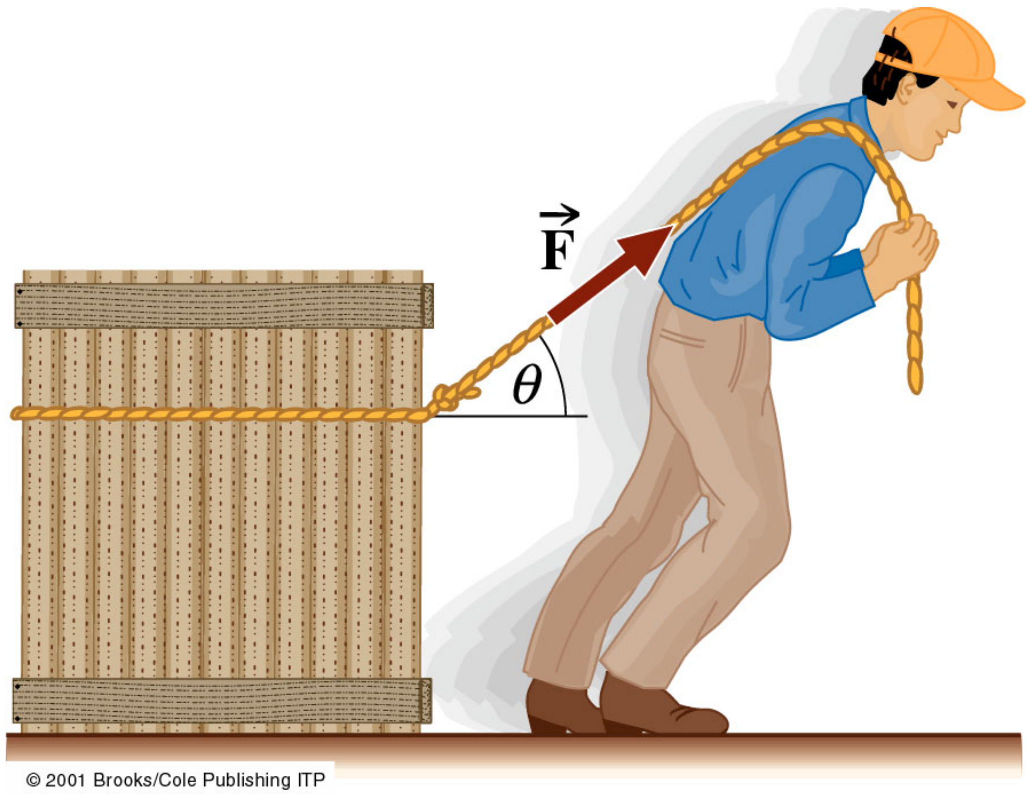
$$\frac{F_f}{F_N} = \tan\theta \quad \longrightarrow \quad \frac{F_f^{\text{max}}}{F_N} = \tan\theta_{\text{max}} = \mu_s$$

La pente maximum vaut $\theta_{\text{max}} = \tan^{-1}\mu_s$. Pour $\mu_s = 1.0$, on a donc $\theta_{\text{max}} = 45°$.

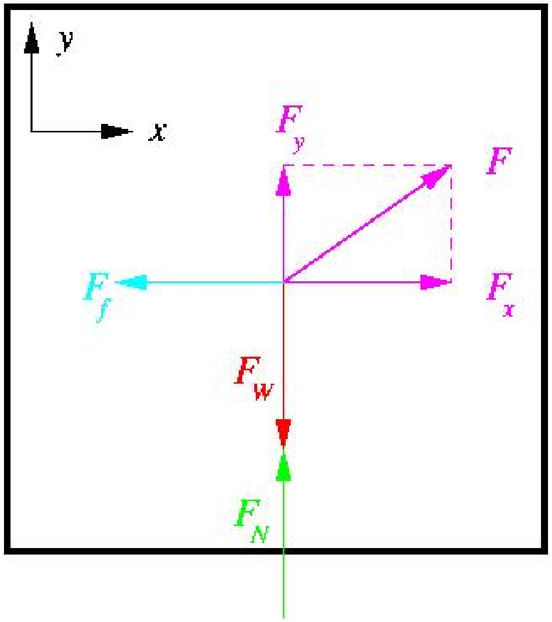
(b) Si l'alpiniste s'assoit et si ses habits ont un coefficient de frottement statique $\mu_s = 0.3$, l'angle maximum se réduit à $\theta_{\text{max}} = 17°$. Elle glisse donc pour tout angle plus raide que celui-ci.

Exemple: la caisse en bois

Une caisse en bois, contenant une machine à laver, a une masse totale de 100 kg. Elle doit être déplacée sur un plancher en chêne, en tirant sur une corde, faisant un angle de $\theta = 30^\circ$ avec le plan horizontal. Quelle est la force minimale pour la déplacer? Est-elle plus grande ou moins grande si $\theta = 0$?



Exemple: la caisse en bois



Utilisons le système de coordonnées indiqué. Juste avant que la caisse ne commence à bouger, elle est au repos dans la direction horizontale, x, et verticale, y:

$$\begin{aligned} \sum F_y = 0 &= F_N + F\sin\theta - F_W \\ &\rightarrow F_N = F_W - F\sin\theta \end{aligned}$$

$$\sum F_x = 0 = F\cos\theta - F_f \rightarrow F_f = F\cos\theta$$

En utilisant la proportionalité du frottement à la force normale:

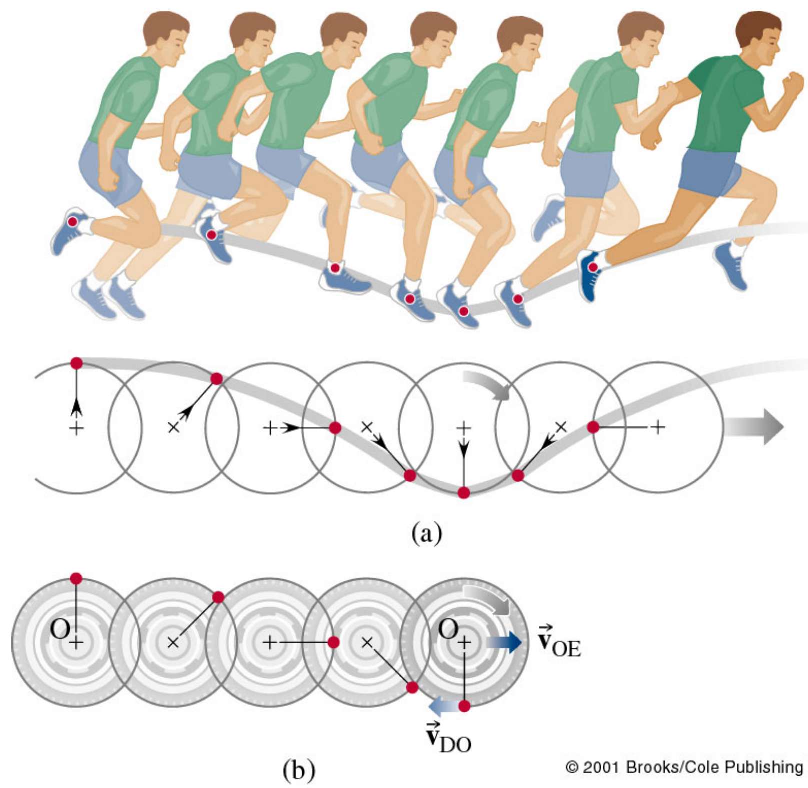
$$F_f^{\text{max}} = \mu_s F_N \quad \rightarrow \quad F_f^{\text{max}} = \mu_s(F_W - F\sin\theta) = F\cos\theta$$

$$F = \frac{\mu_s m g}{\cos\theta + \mu_s \sin\theta} = \frac{490.3\text{N}}{0.866 + 0.25} = 0.44\text{kN}$$

Sous l'angle $\theta = 30°$, la force doit excéder 0.4 kN. Si $\theta = 0$, $F = \mu_s F_W = 480$N ou 0.48 kN.

Mouvement via le frottement statique

Nous marchons en nous servant d'une force extérieure pour nous pousser. La 3ième loi de Newton régit cette action: nous poussons sur le sol vers l'arrière et le sol réagit avec une force qui nous pousse vers l'avant. Mais nous ne pouvons pas pousser vers l'arrière que s'il y a une force de frottement avec le sol. Notre poussée ne peut donc pas dépasser F_f^{max}, sinon nous glissons. En s'opposant au mouvement de notre pied vers l'arrière, le frottement nous pousse vers l'avant. Le frottement est la force motrice du mouvement.

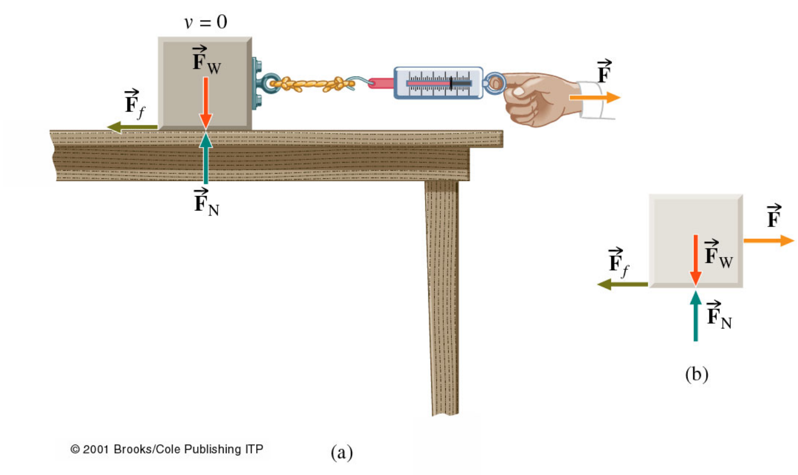


Le mouvement des pieds en courant ressemble à celui d'une tache sur la jante d'une roue. C'est le frottement statique qui pouse dans les deux cas.

Le frottement cinétique

Si la force sur un objet au repos dépasse F_f^{max}, l'objet commence à glisser dans la direction de la force appliquée. La force du frottement cinétique est égale et opposée à la force motrice que l'on doit appliquer pour maintenir l'objet en mouvement uniforme. L'expérience montre que les lois cités pour le frottement statique restent valable, mais avec un coefficient de frottement cinétique, μ_c, qui diminue légèrement avec la vitesse de glissement:

$$F_f = \mu_c F_N$$



Démo 60, DvD 02-02

Matériaux	μ_s	μ_c
Acier sur glace	0.1	0.05
Acier sur acier, sec	0.6	0.4
Acier sur acier, graissé	0.1	0.05
Bois sur bois	0.5	0.3
Téflon sur acier	0.04	0.04
Chaussure sur glace	0.1	0.05
Botter de montagne sur rocher	1.0	0.8
Pneus de voiture sur beton sec	1.0	0.7
Caoutchouc sur asphalte	0.6	0.4

Le frottement avec roulement

Il est évident que la roue facilite largement le transport des charges par rapport au glissement. La raison est qu'en roulant sans glisser sur une surface, ni le frottement statique ni le frottement cinétique agissent. Mais comme il y a propulsion, il y a forcément frottement. L'effet peut être décrit d'une manière analogue aux autres effets de frottement:

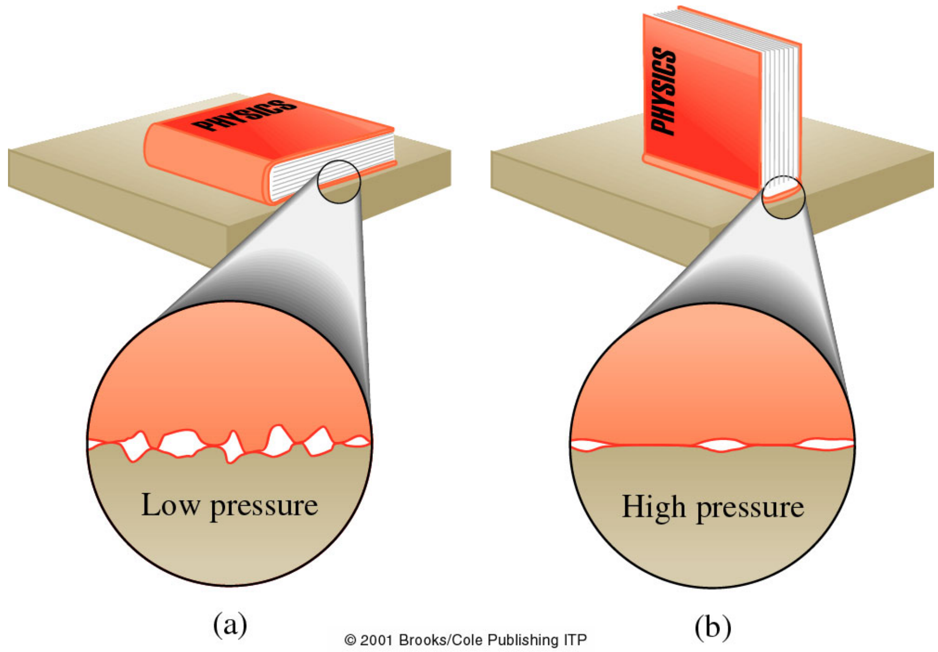
$$F_f = \mu_r F_N$$

avec un coefficient de frottement avec roulement, μ_r, bien inférieur à μ_s et μ_c. La force de frottement est encore une fois égale et opposée à la force motrice nécessaire pour que l'objet conserve une vitesse uniforme.

L'effet est du à la déformation à la fois de la roue et de la surface de support. Si roue et surface sont dures, la déformation est faible, comme dans le cas des roues d'acier sur des rails d'acier, avec un μ_r qui ne dépasse guère 0.001. Un pneu sur du béton a un coefficient de l'ordre de 0.01 à 0.02. Bien que μ_r est faible, une voiture qui roule à 80 km/h utilise 30% de son carburant pour vaincre le frottement avec roulement. Aux faibles vitesses, au-dessous d'à peu près 50 km/h, cet effet est plus important que la résistance de l'air.

Les causes du frottement

L'attraction électromagnétique entre les atomes, qui constitue la force de cohésion de la matière solide, est à l'origine du frottement. Elle est de courte portée et devient négligeable à des distances de l'ordre de 10 rayons atomiques. La surface des matériaux courantes, mêmes polies est rugueuse à cette échelle.



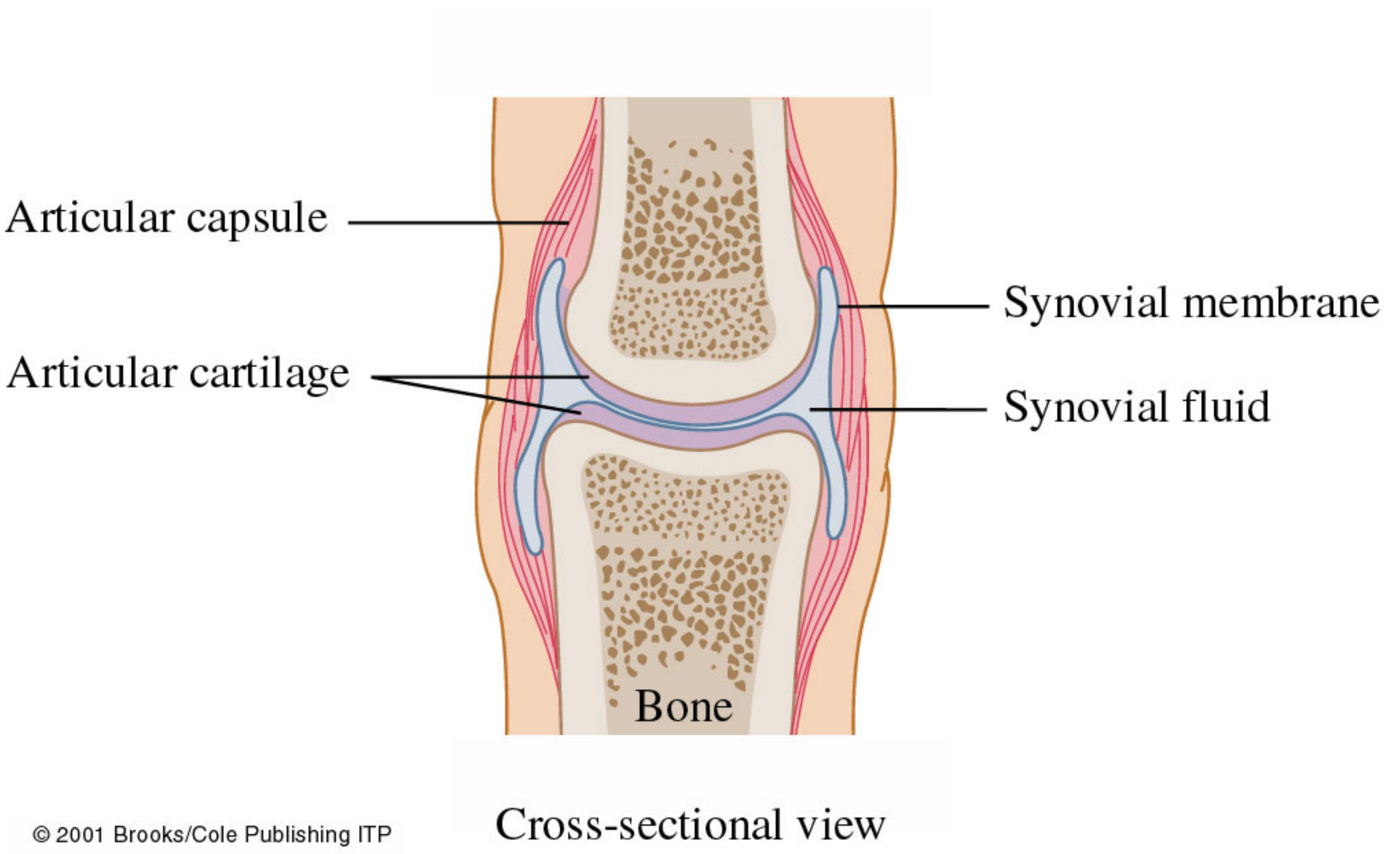
Deux surfaces apparemment lisses ne se touchent effectivement que sur une petite fraction de leur surface apparente. D'autre part, la surface se déforme si la pression, la force par unité de surface, est suffisemment grande. La surface effective est augmentée par la pression, et le frottement avec, jusqu'à un certain équilibre. A poids constant, la pression est inversément proportionelle à la surface apparente de contact. Si la surface apparente diminue, la pression augmente et la surface effective reste à peu près constante. Ceci explique l'indépendence du frottement de la surface (apparente) de contact.

DvD 03-03, 03-04

Les causes du frottement

Les force de frottement statique apparaissent lors de la séparation des surfaces en contact. Deux pièces de métal, tel que l'or, pressées ensemble, fondent littéralement aux points de contact, elles sont soudées à froid.

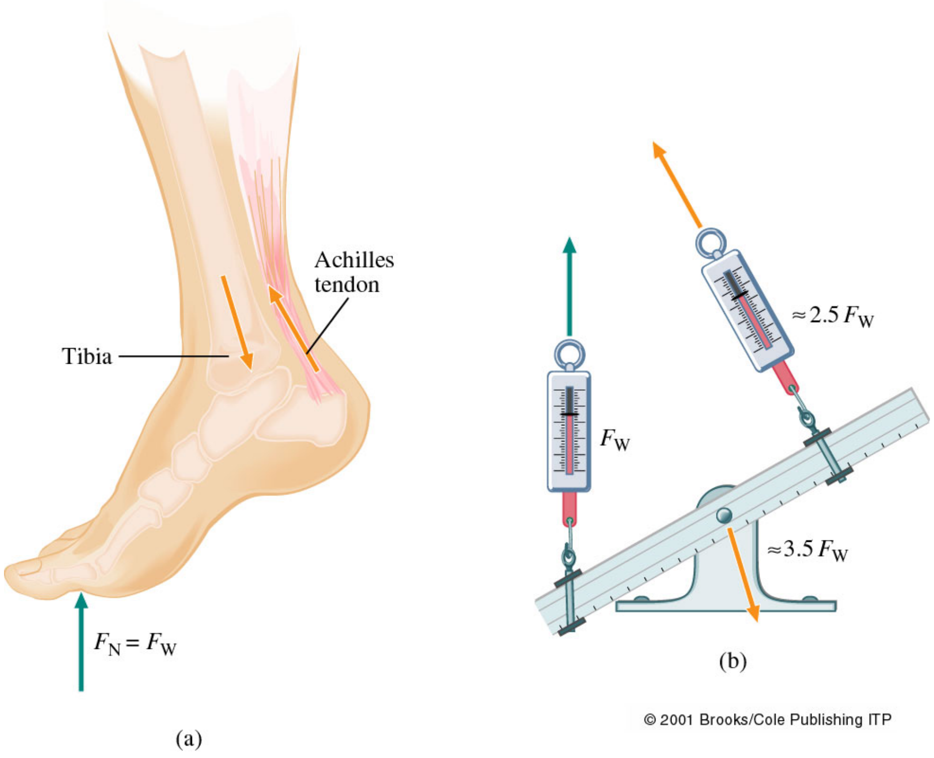
En gardant les surfaces séparées, on réduit la cohésion et le frottement. C'est le rôle de l'huile et de la graisse pour les machines, du talc pour la peau des bébés et du liquide synovial pour les articulations.



L’équilibre statique

Considérons le cas spécial où plusieurs forces externes agissent sur un objet, mais leurs effets se compensent et il n’y a pas de changement du mouvement. Un tel objet est dit être en équilibre: il peut être ou ne pas être en mouvement, mais $\vec{a} = 0$. Pour le moment nous nous occupons uniquement de l’équilibre de translation, où il n’y a pas de rotation.

Les muscles, os et articulations forment un système de leviers. Les ligaments maintiennent les os ensemble, et les tendons lient les os aux muscles. Considérez le pied comme un système qui peut pivoter autour de la cheville, avec le tendon d’Achille tirant vers le haut. Un modèle mécanique permet de quantitativement comprendre ce système.



Conditions de l’équilibre statique

Pour simplifier, nous considérons uniquement des systèmes de forces qui agissent dans un seul plan, des systèmes de forces coplanaires.

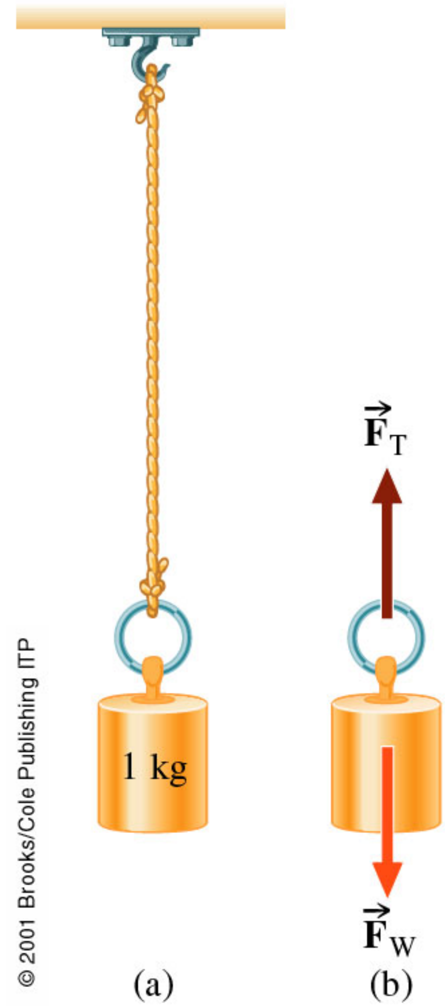
La 2ème loi de Newton implique qu’un système général est en équilibre translationel, $\vec{a} = 0$, si

$$\sum \vec{F} = 0$$

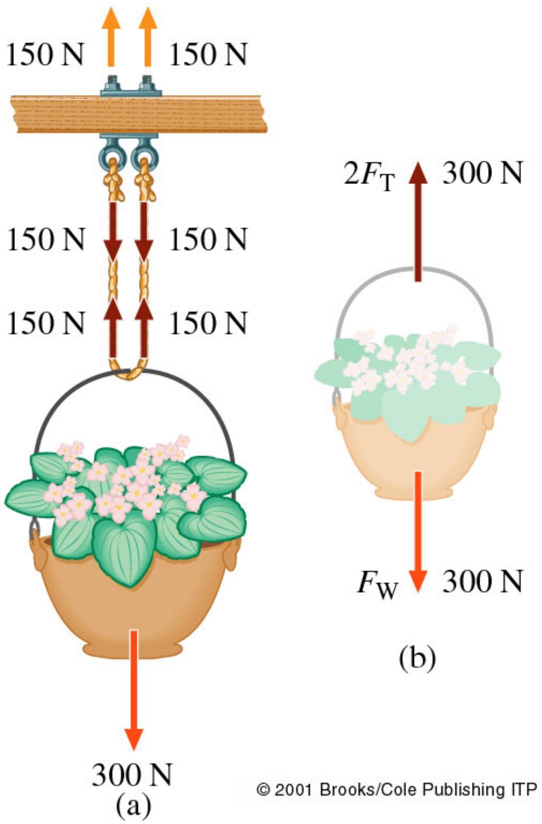
Ceci est la première condition de l’équilibre. Si toutes les forces sont confinées dans un plan, on peut définir deux axes perpendiculaires arbitraires dans ce plan, $\vec{x}$ et $\vec{y}$, par exemple l’un horizontal et l’autre vertical. Les composantes scalaires des forces le long de ces axes suivent les conditions simultanées:

$$\sum F_x = 0 \quad ; \quad \sum F_y = 0$$

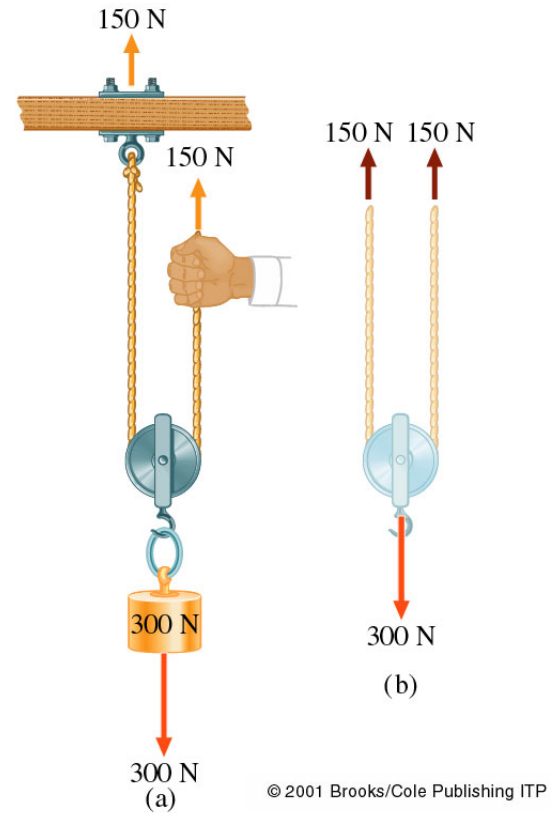
Soit une masse attachée à une corde légère accrochée au plafond. La masse, la corde et le crochet sont séparément en équilibre; pour chaque corps, $\sum F_y = 0$. La tension de la corde est égale à la charge: $F_T = F_W$.



Systèmes de forces parallèles



Si deux cordes légères supportent la même charge, comme un pot de 300N, la charge est également repartie, la tension de chaque corde est de 150N et la force sur chaque crochet égale 150N. Si l'on introduit une poulie légère et sans frottement, la situation reste la même.

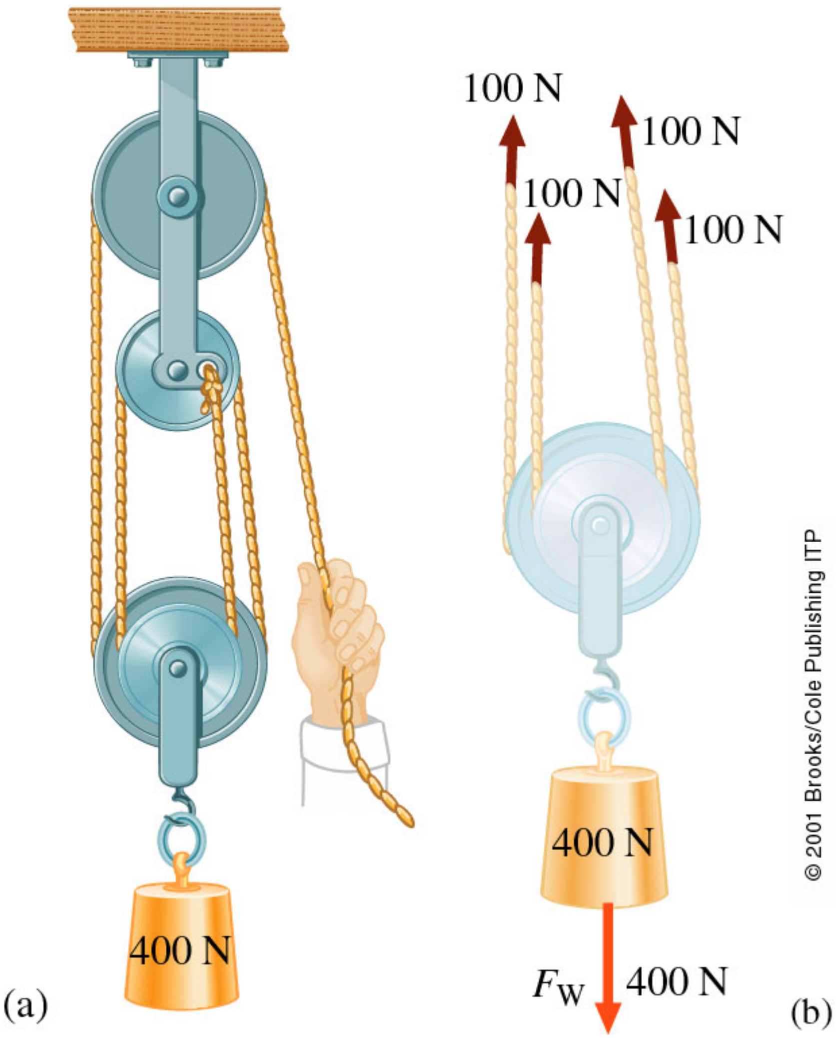


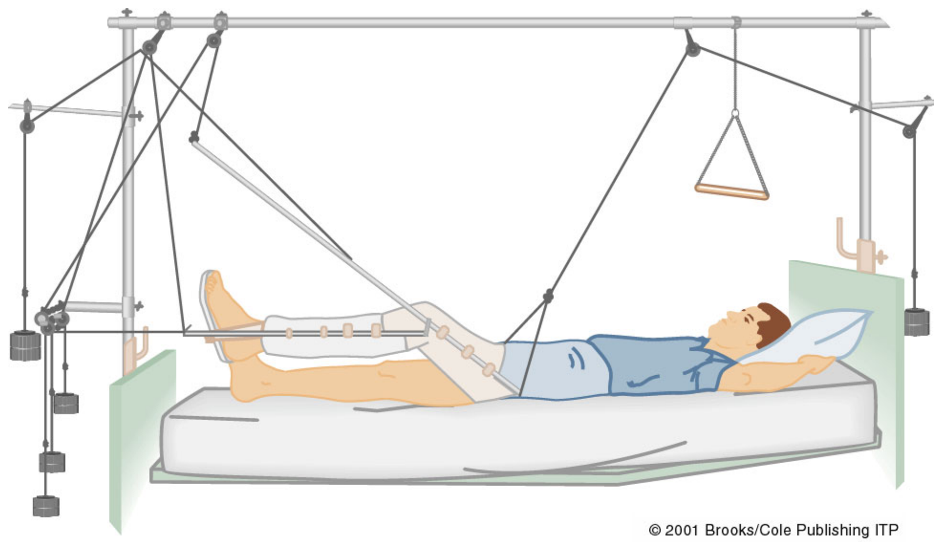
DvD 04-04, 04-05

Ainsi la main supporte une force de 150N, l'autre moitié est supportée par le crochet. Un système de poulies est donc une machine simple, multiplicateur de force: on applique une force de 150N, le système délivre une force de 300N.

Systèmes de forces parallèles

Un nombre arbitraire de poulies peut être utilisé pour multiplier la force, dans ce cas par un facteur 4. Les poulies peuvent être montées l'une à coté de l'autre ou l'une au-dessus de l'autre. De tels dispositifs sont utilisés dans les ascenseurs et les grues. Les poulies servent aussi pour rediriger les forces.



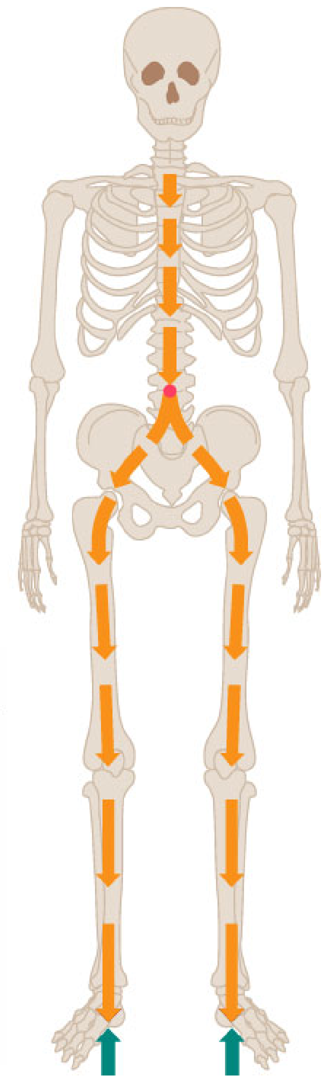


DvD 04-06

L’équilibre des systèmes de deux forces

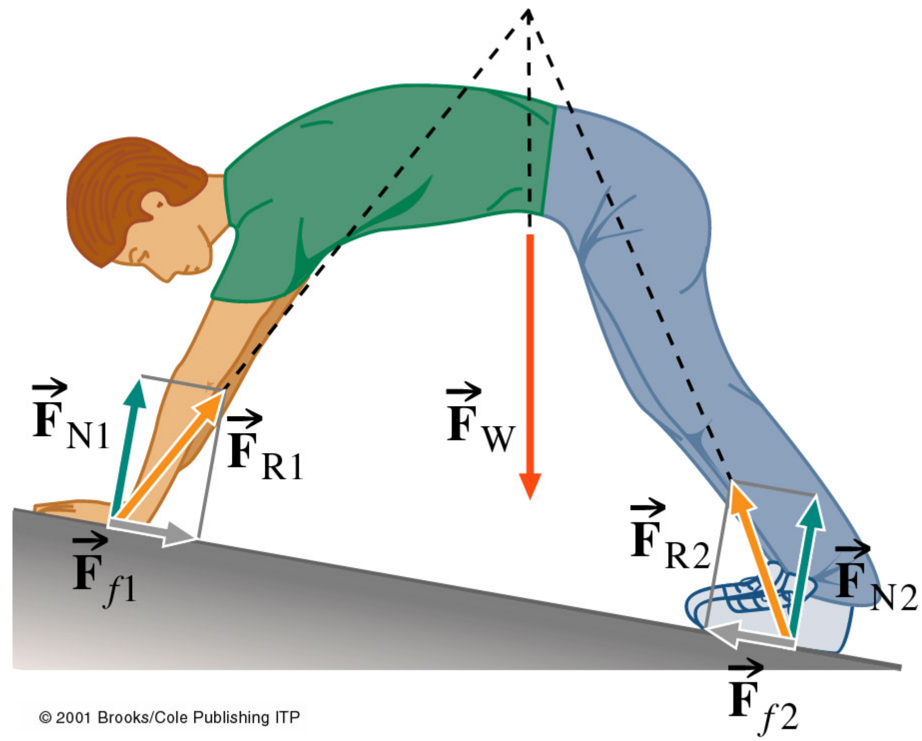
Le corps humain, tout comme la plupart des batiments est constitué par une sorte de charpente de membres courtes, légères et rigides. Le poids est transmis au sol par la colonne vertébrale, au bassin puis par les jambes jusqu’au sol. Pour qu’un tel système soit stable, il faut que la force totale sur chaque membre soit zéro. Mais il ne faut pas oublier la rotation: Si vous tenez une barre des deux mains et vous exercez une force en haut de la main gauche et en bas de la main droite, la barre ne sera pas en équilibre: elle tournera. Faut-il alors une deuxième condition à l’équilibre statique?

Un objet est en équilibre statique sous l’influence de deux forces, si elles sont égales, opposées, tel que $\sum \vec{F} = 0$, et si elles sont collinéaires. Ainsi il n’y a pas de rotation.



Systèmes de forces concourantes

On dénote par forces concourantes toutes celles dont la ligne d'action passe par le même point d'un objet. Cette ligne est construite en prolongeant le vecteur de la force opposé à sa direction à travers l'objet. Une situation où toutes les lignes d'action se croisent dans un seul point est facile à analyser parce que les forces concourantes, agissant sur le même point, peuvent toutes être combinées vectoriellement en une force résultante, $\Sigma \vec{F}$.

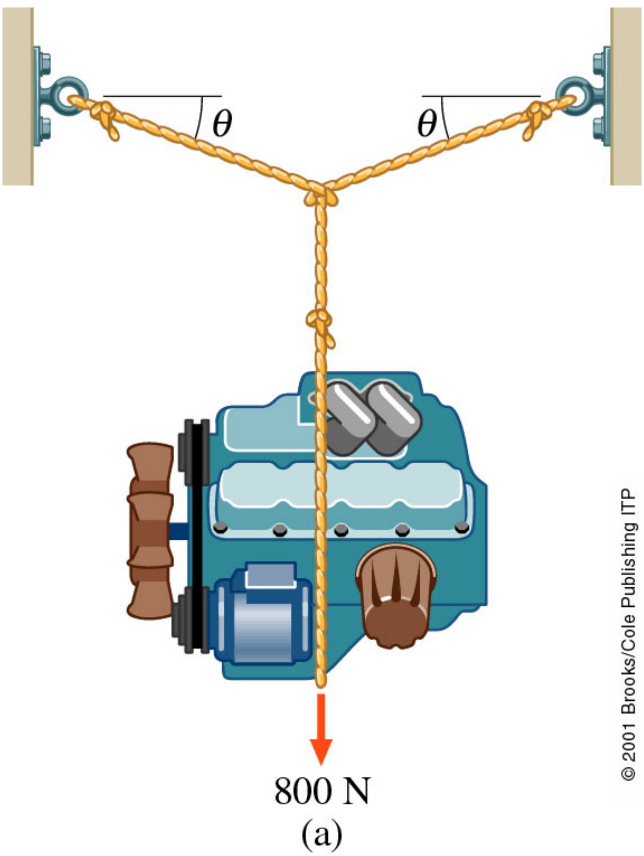


Cette situation peut sembler assez spéciale. Mais au contraire: si un objet est tenu en équilibre par trois forces coplanaires et non-parallèles, ces forces doivent être concourantes.

DvD 04-01

Exemple: la machine suspendue

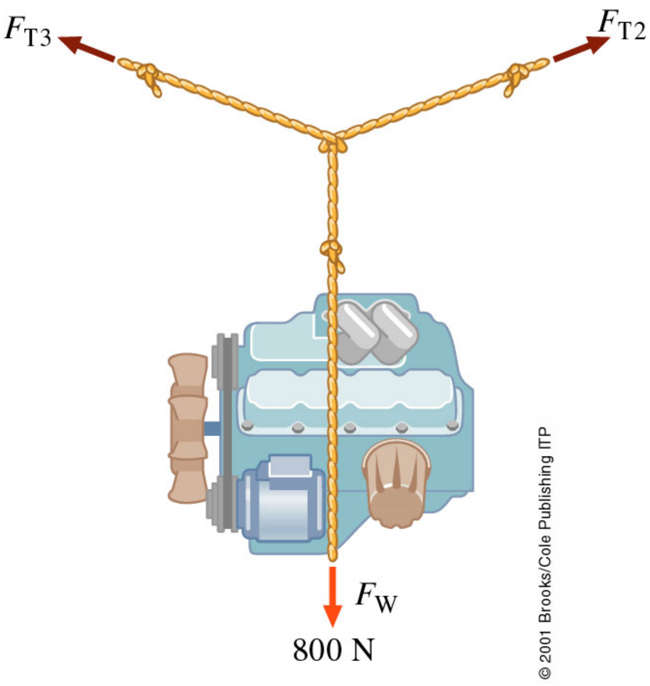
Une machine qui pèse 800N est suspendue en équilibre par deux cordes symétriques qui font un angle θ avec l'horizontale. Si $\theta = 20.0°$, calculer (a) la tension dans chacune des cordes, et (b) la force horizontale qui essaie d'arracher les crochets d'attachement.



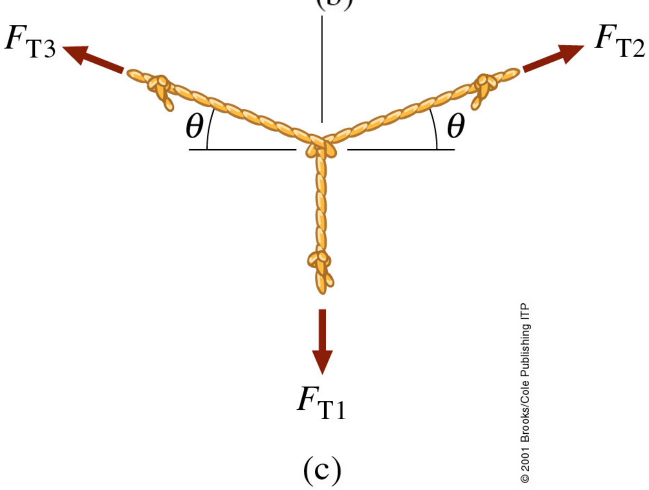
Consulter le tableau suivant des tensions de rupture (en kN) pour déterminer quelle corde convient. Pour éviter une rupture à cause de forces momentanément élevées, il est d'usage de ne pas dépasser le sixième de la tension de rupture.

Diamètre (cm)	Chanvre de Manila	Filament de Nylon	Tresse de Nylon	Câble d'acier
0.48	1.8	4.0	4.6	19
0.63	2.4	6.6	7.1	31
0.79	4.0	9.6	12.0	44
0.95	5.4	14.9	16.9	64
1.11	7.0	20.0	23.1	78
1.27	10.6	27.1	32.0	101

Exemple: la machine suspendue



(b)



(c)

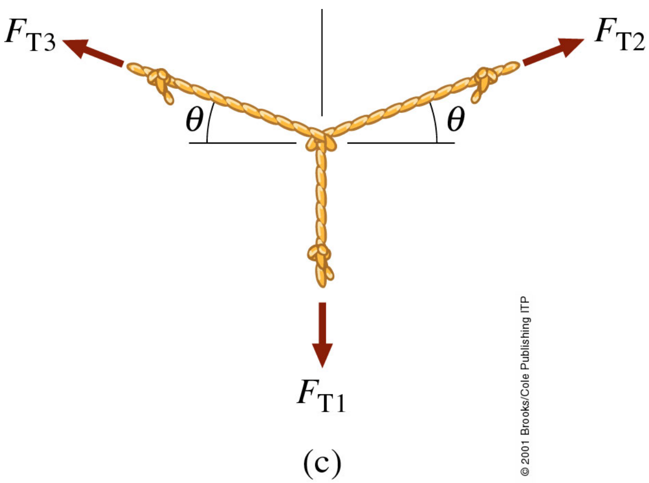
(a) Le système consiste en trois cordes et une charge. Le diagramme du corps isolé nous montre que les trois forces externes agissant, $\boldsymbol{F_{T2}}$, $\boldsymbol{F_{T2}}$ et $\boldsymbol{F_W}$, sont concourantes au noeud. La tension $\boldsymbol{F_{T1}}$ vient du poids du moteur, $\boldsymbol{F_{T1} = F_W = 800}$N. Par symmétrie, les modules des deux autres tensions sont les mêmes, $\boldsymbol{F_{T2} = F_{T3}}$. N'utilisons pas cette propriété pour le moment et continuons pas à pas.

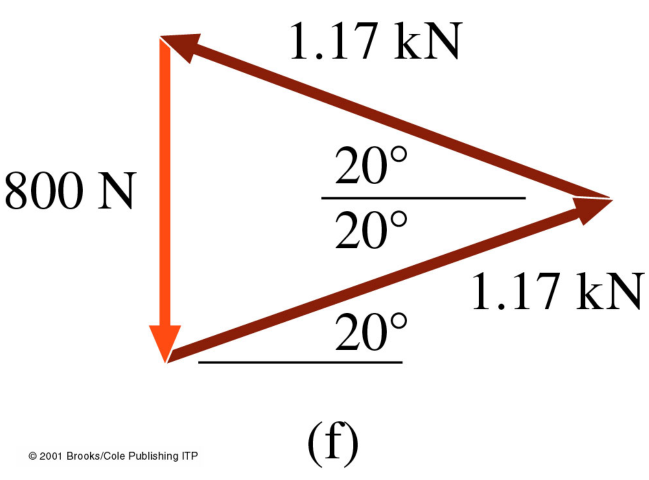
Prenons le sens vers le haut comme positif pour l'axe $\boldsymbol{y}$ et vers la droite pour l'axe $\boldsymbol{x}$. La somme des forces sur le noeud dans les deux directions est zéro, alors en horizontal:

$$\begin{aligned} \sum \boldsymbol{F_x} &= \boldsymbol{F_{T2} \cos\theta - F_{T3} \cos\theta = 0} \\ \boldsymbol{F_{T2}} &= \boldsymbol{F_{T3}} \end{aligned}$$

Ceci confirme la symmétrie.

Exemple: la machine suspendue





En vertical nous avons:

$$\sum F_y = F_{T2}\sin\theta + F_{T3}\sin\theta - F_W = 0$$
$$2F_{T2}\sin\theta = F_W$$

Par conséquent, $F_{T2} = 1.17$ kN, bien supérieure à la charge.

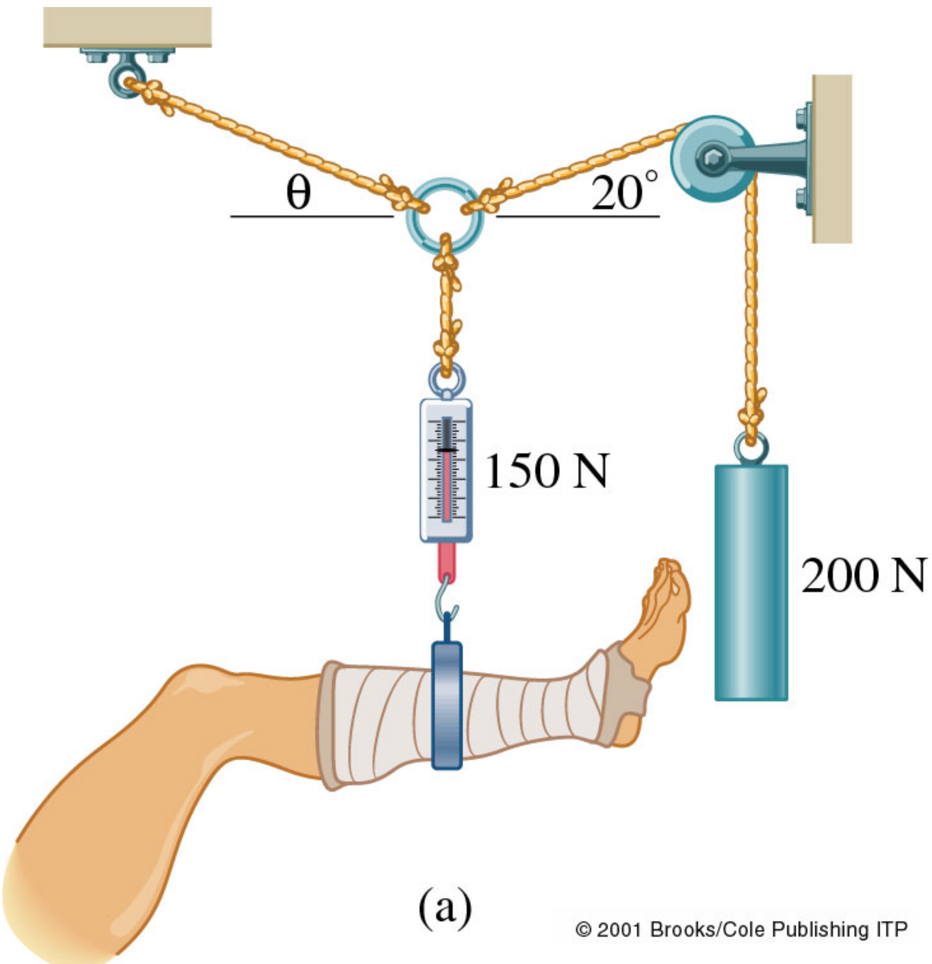
La force horizontale, qui agit sur chaque cheville fixant une corde au mur, est:

$$F_x = F_{T2}\cos\theta = 1.1\text{kN}$$

La plus grande tension, avec sa marge de sécurité, dépasse 7kN. Il nous faut alors un filament de Nylon d'au moins 79mm ou une tresse de nylon d'au moins 63mm pour tenir le moteur.

Comme la somme des vecteurs des forces doit être zéro, les trois vecteurs forment un triangle fermé.

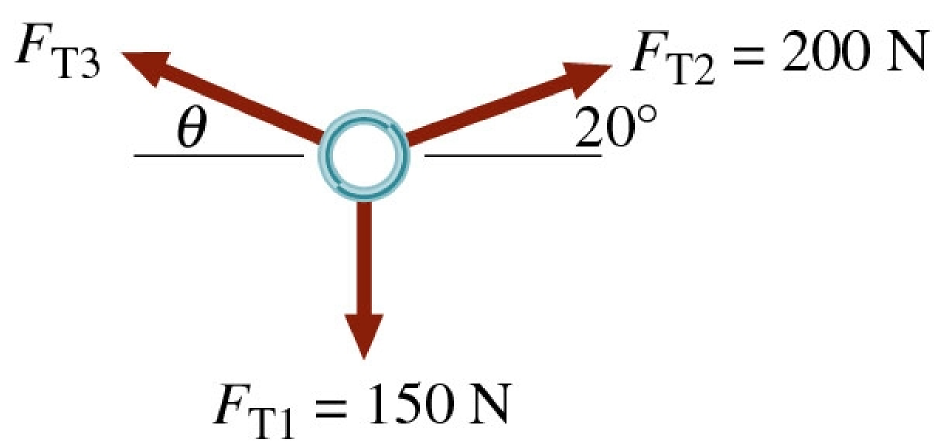
Exemple: la jambe suspendue



(a)

Déterminer l'angle θ dans ce dispositif de suspension de la jambe. On suppose que la poulie est légère et sans frottement.

Sans frottement dans la poulie, la tension dans la portion verticale de la corde à droite est la même que dans la portion menant à l'anneau.



(b)

DvD 04-02

Exemple: la jambe suspendue

On obtient un diagramme de corps isolé avec trois forces concourantes à l'anneau, qui définit l'angle θ. Tout est en équilibre, alors la force totale sur l'anneau est zéro. Définissant l'horizontale à droite comme $+x$, la verticale vers le haut comme $+y$, nous obtenons:

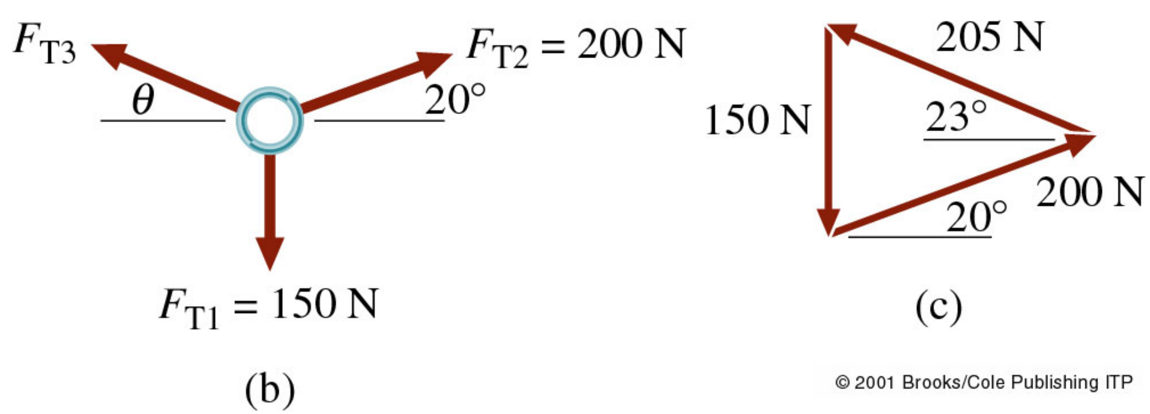
$$\begin{aligned} \sum F_x &= F_{T2}\cos 20^\circ - F_{T3}\cos\theta = 0 \\ \sum F_y &= F_{T2}\sin 20^\circ - F_{T3}\sin\theta - F_{T1} = 0 \end{aligned}$$

Les composantes de $\vec{F}_{T3}$ sont:

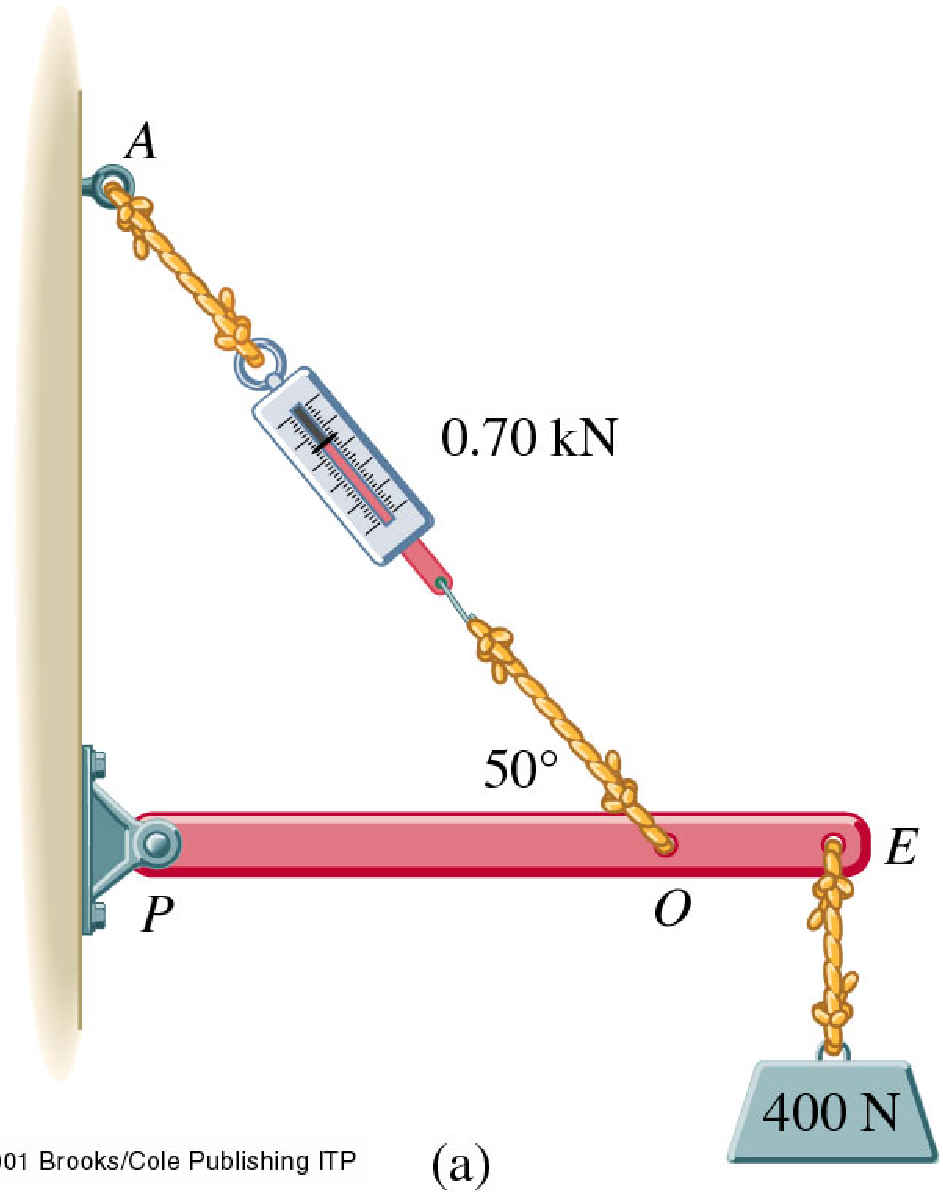
$$\sum F_{T3x} = F_{T3}\cos\theta = 187.9\text{N} \quad ; \quad \sum F_{T3y} = F_{T3}\sin\theta = 81.6\text{N}$$

Le rapport des deux donne:

$$\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \tan\theta = 0.434 \quad ; \quad \theta = 23^\circ$$



Exemple: l’enseigne suspendue



Une enseigne de masse 400N est suspendue à l’extrémité d’une barre légère, qui est attachée à un mur par un pivot. La barre est tenue par une corde sous un angle de 50°, et qui ressent une tension de 0.70kN. La barre a une longeur totale de 2.00m et la corde est attachée à 0.50m de son extremité. Quelle est la force de réaction sur le pivot au mur?

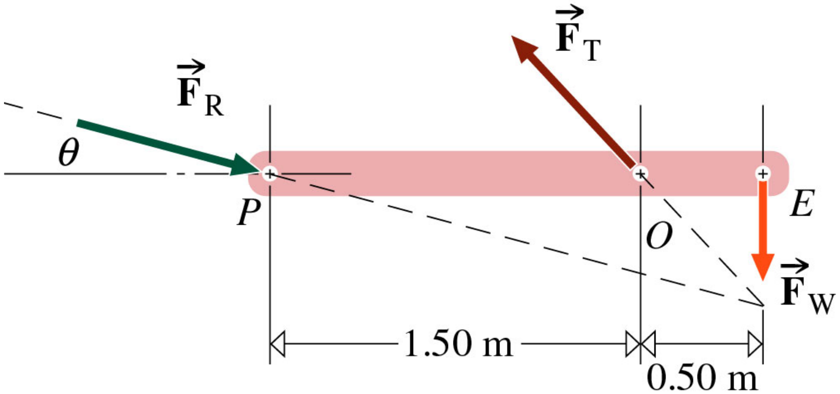
Exemple: l’enseigne suspendue

On ne connait ni le module ni la direction de la force sur le pivot. Le diagramme du corps isolé contient trois forces, dont une inconnue. Les trois forces sont concourantes: leurs lignes d’action se croisent dans un même point. Encore une fois nous définissons la horizontale à droite comme $+x$, la verticale vers le haut comme $+y$. Les conditions d’equilibre sont:

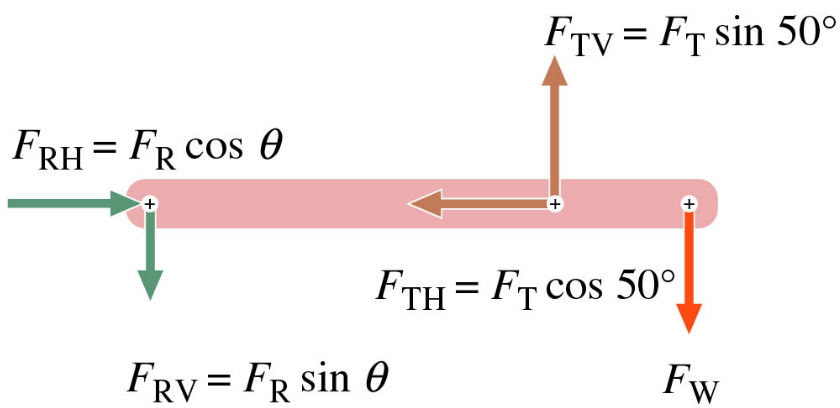
$$\sum F_x = F_{Rx} - F_T \cos 50^\circ = 0 \quad ; \quad \sum F_y = -F_{Ry} + F_T \sin 50^\circ - F_W = 0$$

On obtient $F_{Rx} = 0.450$kN et $F_{Ry} = 0.135$kN. Le module de la force de réaction et l’angle par rapport à l’horizontale sont:

$$F_R = \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2} = 0.47\text{kN} \quad ; \quad \theta = \tan^{-1} \frac{F_{Ry}}{F_{Rx}} = 17^\circ$$



(b)



(c)