Précision d'une grandeur

1 Précision d'une mesure

Lorsque l'on effectue une mesure, quelle qu'elle soit, on est toujours limité par

1. la précision de l'appareil de mesure
2. la précision des manipulations l'expérimentateur

Par exemple, en chronométrant une course, on est limité par la précision du chronomètre et par la précision avec laquelle on appuye sur le bouton pour démarrer et arrêter le décompte pile au bon moment.
En science, une mesure n'est jamais parfaite. Les connaissances actuelles en physique fondamentale nous permettent même d'affirmer qu'une mesure parfaite *n'est pas possible* (principe d'incertitude). On devra donc toujours se satisfaire d'une certaine imprécision, ou *erreur*, et on indiquera par exemple qu'une durée t mesurée est de $t = 34s \pm 1s$, c'est-à-dire que l'on a mesuré 34 s avec un instrument de mesure, on considère être précis à une seconde près, et on estime que t est donc comprise entre $34s - 1s = 33s$ et $34s + 1s = 35s$. On dit que l'intervalle de précision, ou intervalle de confiance, de la mesure est $[33s; 35s]$. Cet intervalle peut être représenté sur un graphique par un segment.

2 Propagation de la précision

Lorsque l'on effectue des calculs à partir de mesures, la précision *se propage*. Pour estimer la précision du résultat, le plus simple est de calculer la plus petite et la plus grande valeur possibles à partir des intervalles de confiance des mesures. On obtient ainsi l'intervalle de confiance de la grandeur calculée, et à partir de là on peut déduire la valeur moyenne et la précision. Il faudra aussi quelques fois tenir compte de l'imprécision du calcul proprement dit, qui peut ajouter une erreur de calcul et réduire ainsi la précision.
Exemple On mesure la longueur L et la largeur l d'une feuille. On obtient $L = (21 \pm 0,1)\ cm$ et $l = (16{,}5 \pm 0,1)\ cm$. On veut calculer l'aire A de la feuille.

$$A_{min} = 19{,}9\ cm \cdot 16{,}4\ cm = 326.36\ cm^2$$

et

$$A_{max} = 20{,}1\ cm \cdot 16{,}6\ cm = 333.66\ cm^2$$

L'erreur ϵ est la moitié de la différence entre les valeurs extrêmes :

$$\epsilon = \frac{333.66 - 326.36}{2}\ cm^2 = 3.65\ cm^2 < 4\ cm^2$$

On peut bien sûr toujours se permettre de sur-estimer un peu l'erreur en l'arrondissant légèrement vers le haut. Il est inutile de garder plus de deux chiffres significatifs de précision sur une erreur, celle-ci étant déjà imprécise par définition.
La valeur moyenne calculée pour A est de

$$A_{moy} = \frac{333.66 + 326.36}{2} = 330{,}01\ cm^2 \approx 330\ cm^2$$

On peut arrondir cette valeur autant que l'on a sur-estimé l'erreur.
Finalement,

$$A = (330 \pm 4)cm^2$$

Pour vérifier que l'on ne s'est pas trompé avec nos arrondis, on s'assure que les valeurs extrêmes de départ 326.36 cm^2 et 333.66 cm^2 sont bien dans cet intervalle.
Mise en garde : Pour la division, on trouvera le résultat minimal avec le diviseur maximal et vice-versa.