Energie oscillations

Question 1

Une masse m est attachée à un ressort et oscille avec une période T. L'énergie totale du système vaut E.
a) Que vaut la raideur k du ressort ?
b) Quelle est l'amplitude A de l'oscillation ?

Corrigé 1

La période du système est donnée par $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$, ce qui permet de trouver $k=\frac{4\pi^2 m}{T^2}$. L'énergie totale est égale à l'énergie potentielle élastique lorsque la masse est immobile. Elle s'exprime alors par $E_{élast}=\frac{k A^2}{2}$ ce qui permet de trouver $A=\frac{T}{2\pi}\sqrt{\frac{2E}{m}}$

```
k[m_, T_] := 4 Pi^2*m/T^2
```

```
k[0.3, 0.3](* période *)
```

```
131.595
```

```
A[m_, T_, Etot_] := T/(2 Pi) Sqrt[2 Etot/m]
```

```
A[0.3, 0.3, 3]
```

```
0.213529
```

Question 2

Une automobile de masse m percute un mur de briques pour un test de sécurité. La pare choc se comporte comme un ressort de raideur k et est comprimé d'une longueur x lorsque la voiture s'immobilise. En supposant qu'aucune énergie ne se perd durant le choc, quelle est la vitesse de la voiture avant l'impact ?

Corrigé 2
L'énergie cinétique de la voiture se transforme en énergie potentielle élastique, ce qui permet d'écrire $\frac{m v^2}{2}=\frac{k x^2}{2}$ et de trouver $v=\sqrt{\frac{k}{m}}\,x$

```
v[m_, k_, x_] := Sqrt[k/m] x
v[1300, 3*10^6, 0.045]
```

```
2.16173
```

Question 3

Un système masse-ressort oscille avec une amplitude A. La masse vaut m et la raideur du ressort k.
a) Quelle est l'énergie mécanique du système ?
b) Que vaut la vitesse maximale de la masse ?
c) Quelle est son accélération maximale ?

Corrigé 3

L'énergie mécanique est égale à l'énergie potentielle élastique lorsque la masse est immobile. Elle s'exprime alors par $E_{élast}=\frac{k A^2}{2}$. La vitesse maximale est atteinte lorsque la masse passe par sa position d'équilibre. L'énergie mécanique est alors égale à l'énergie cinétique de la masse, ce qui permet de trouver $v_{max}=\sqrt{\frac{k}{m}}\,A$. L'accélération est maximale lorsque la masse est immobile. La force qu'elle subit vaut alors, en grandeur, kA et son accélération $a=\frac{kA}{m}$.

```
Etot[A_, k_, m_] := k * A^2 / 2
```

```
Etot[0.03, 150, 0.45]
```

```
0.0675
```

```
vmax[A_, k_, m_] := Sqrt[k / m] * A
```

```
vmax[0.03, 150, 0.45]
```

```
0.547723
```

```
a[A_, k_, m_] := k * A / m
```

```
a[0.03, 150, 0.45]
```

```
10.
```

Question 4

Une masse *m* est accrochée à un ressort de raideur *k* et oscille sur un plan horizontal sans frottement avec une amplitude *A*.

a) Que vaut l'énergie totale du système ?

b) Quelle est la vitesse de la masse lorsque le déplacement vaut x_1 ?

c) Que vaut l'énergie cinétique et l'énergie potentielle élastique lorsque le déplacement vaut x_2 ?

Corrigé 4

Lorsque la masse est immobile, toute l'énergie est sous forme d'énergie potentielle élastique. Elle peut donc s'obtenir à l'aide de $E_{tot}=E_{élast}=\frac{k A^2}{2}$. Lorsque la masse se trouve en x_1, l'énergie du système se compose d'énergie élastique $\frac{k x_1^2}{2}$ et d'énergie cinétique $\frac{m v_1^2}{2}$. La somme de ces deux énergies est égale à l'énergie totale, ce qui permet de trouver la vitesse $v=\sqrt{\frac{k}{m}(A^2-x_1^2)}$. L'énergie cinétique en x_2 s'obtient par $E_{tot}-\frac{k x_2^2}{2}$ où $\frac{k x_2^2}{2}$ est l'énergie potentielle élastique en x_2.

```
Etot[m_, k_, A_] := k * A^2 / 2
```

```
Etot[0.06, 50, 0.09]
```

```
0.2025
```

```
v[m_, k_, A_, x_] := Sqrt[k / m * (A^2 - x^2)]
```

```
v[0.06, 50, 0.09, 0.02]
```

```
2.53311
```

```
Ecin[m_, k_, A_, x_] := k / 2 (A^2 - x^2)
```

```
Ecin[0.06, 50, 0.09, 0.04]
```

0.1625

```
Epot[m_, k_, A_, x_] := k * x^2 / 2
```

```
Epot[0.06, 50, 0.09, 0.04]
```

0.04

Question 5

Une particule est animée d'un mouvement harmonique d'amplitude *A*. A quelle distance de la position d'équilibre sa vitesse est-elle égale à la moitié de sa vitesse maximale ?

Corrigé 5

La vitesse maximale est donnée par $v_{max}=\sqrt{\frac{k}{m}}A$. Lorsque la vitesse de la particule est égale à la moitié de la vitesse maximale, son énergie cinétique vaut $E_{cin} = \frac{m\left(\frac{v_{max}}{2}\right)^2}{2}$. La conservation de l'énergie totale permet d'écrire $E_{tot}=E_{cin}+E_{élast}$ et de trouver $x=\frac{\sqrt{3}}{2}A$

```
x[A_] := Sqrt[3] / 2 * A
```

```
x[0.03]
```

0.0259808

Question 6

Un système masse-ressort oscille avec une amplitude *A*. Le ressort a une raideur *k* raideur et la masse vaut *m*.
a) Quelle est l'énergie mécanique du système ?
b) Que vaut la vitesse maximale de la masse ?
c) Quelle est son accélération maximale ?

Corrigé 6

L'énergie mécanique est égale à l'énergie potentielle élastique lorsque la masse est immobile. Elle s'exprime alors par $E_{élast}=\frac{k A^2}{2}$. La vitesse maximale est atteinte lorsque la masse passe par sa position d'équilibre. L'énergie mécanique est alors égale à l'énergie cinétique de la masse, ce qui permet de trouver $v=\sqrt{\frac{k}{m}}A$. L'accélération est maximale lorsque la masse est immobile. La force qu'elle subit vaut alors, en grandeur, kA et son accélération $a=\frac{kA}{m}$.

```
Etot[A_, k_, m_] := k * A^2 / 2
```

```
Etot[0.025, 400, 0.6]
```

0.125

```
vmax[A_, k_, m_] := Sqrt[k / m] * A
```

```
vmax[0.025, 400, 0.6]
```

0.645497

```
a[A_, k_, m_] := k * A / m
```

```
a[0.025, 400, 0.6]
16.6667
```