

Exercices sur la gravitation

Mots clés: force de gravitation, accélération à la surface d'un astre.

Pour la théorie, voir l'ouvrage « Mécanique » de J.-A. Monard. Éditeur : centrale d'achats de la ville de Bienne, Rennweg 62, 2501 Bienne, 1977.

Exercice 1

On a deux boules de plomb dont les diamètres valent respectivement 2 et 16 cm. Il y a entre elles un espace vide de 1 cm. Calculez la force d'attraction exercée par une boule sur l'autre.

Exercice 2

Calculez les forces d'attraction exercées sur la terre par le soleil et par la lune.

Exercice 3

Calculez l'accélération d'un objet qui se trouve au milieu du segment terre-lune.

Exercice 4

Où un objet doit-il se trouver pour que les forces de gravitation qu'il subit de la part de la terre et de la lune se compensent exactement ?

Exercice 5

Déterminez l'accélération de la pesanteur à la surface de la lune

Exercice 6

La planète Jupiter a un rayon de 71'800 km et une masse volumique moyenne de 1140 kg/m^3 . Calculez l'accélération d'un objet qui tombe en chute libre à la surface de cette planète.

Exercice 7

On imagine une petite planète constituée par une boule de 100 m de rayon faite d'une matière dont la masse volumique est de 4 kg/dm^3 .

- Quel serait le poids d'un habitant de cette planète, si sa masse était de 60 kg ?
- Quel temps mettrait un objet pour tomber d'une hauteur de 5 m, sa vitesse initiale étant nulle ?

Exercice 8

Déterminez le poids qu'a sur la lune une personne qui sur la terre pèse 672 N.

- Si un objet est lancé vers le haut à une vitesse de 2 m/s depuis la surface de la lune, quelle hauteur atteint-il ? Et combien de temps après son départ est-il de retour sur le sol ?

Exercice 9

Calculez le temps de révolution d'un satellite qui décrit une trajectoire circulaire de 384'000 km de rayon autour de la terre. Exprimez le résultat en jours et en heures.

Exercice 10

Calculez le temps de révolution d'un satellite qui décrit une trajectoire circulaire très près d'un astre de rayon R et de masse volumique ρ . Qu'est-ce que le résultat a de remarquable ?

Exercice 11

Calculez le temps de révolution et la vitesse d'un satellite décrivant une trajectoire circulaire autour de la lune, à une altitude de 100 km au-dessus de sa surface.

Exercice 12

La trajectoire de la terre autour du soleil est à peu près un cercle de 149'500'000 km de rayon. Sachant que la terre met une année pour effectuer une révolution, calculez la masse du soleil.

Corrigé

Exercice 1

La distance r entre le centre des deux boules vaut $r_1 + r_2 + d$

$$G * m_1 * m_2 / (r_1 + r_2 + d)^2 /. \{m_1 \rightarrow 4 / 3 * \pi * r_1^3 * \rho, m_2 \rightarrow 4 / 3 * \pi * r_2^3 * \rho\} /. \\ \{G \rightarrow 6.6732 * 10^{-11}, r_1 \rightarrow 0.01, r_2 \rightarrow 0.08, \rho \rightarrow 11.3 * 10^3, d \rightarrow 0.01\} \\ 7.65488 \times 10^{-9}$$

Exercice 2

$G * m_S * m_T / d_{TS}^2 /. \{G \rightarrow 6.6732 * 10^{-11}, m_S \rightarrow 1.9891 * 10^{30}, m_T \rightarrow 5.9742 * 10^{24},$
 $d_{TS} \rightarrow 1.4959787 * 10^{11}, r_S \rightarrow 6.95 * 10^8, r_T \rightarrow 6.37103 * 10^6\}$
 3.5434×10^{22}

$G * m_L * m_T / d_{TL}^2 /. \{G \rightarrow 6.6732 * 10^{-11}, m_L \rightarrow 7.35 * 10^{22}, m_T \rightarrow 5.9742 * 10^{24},$
 $d_{TL} \rightarrow 3.84404 * 10^8, r_L \rightarrow 1.738 * 10^6, r_T \rightarrow 6.37103 * 10^6\}$
 1.98301×10^{20}

Si on considère que les distances données dans la table sont celles entre les surfaces des astres

$G * m_S * m_T / (d_{TS} + r_S + r_T)^2 /. \{G \rightarrow 6.6732 * 10^{-11}, m_S \rightarrow 1.9891 * 10^{30},$
 $m_T \rightarrow 5.9742 * 10^{24}, d_{TS} \rightarrow 1.4959787 * 10^{11}, r_S \rightarrow 6.95 * 10^8, r_T \rightarrow 6.37103 * 10^6\}$
 3.5104×10^{22}

$G * m_L * m_T / (d_{TL} + r_L + r_T)^2 /. \{G \rightarrow 6.6732 * 10^{-11}, m_L \rightarrow 7.35 * 10^{22},$
 $m_T \rightarrow 5.9742 * 10^{24}, d_{TL} \rightarrow 3.84404 * 10^8, r_L \rightarrow 1.738 * 10^6, r_T \rightarrow 6.37103 * 10^6\}$
 1.90192×10^{20}

Exercice 3

$G (m_T - m_L) / (d_{TL} / 2)^2 /. \{G \rightarrow 6.6732 * 10^{-11}, m_L \rightarrow 7.35 * 10^{22},$
 $m_T \rightarrow 5.9742 * 10^{24}, d_{TL} \rightarrow 3.84404 * 10^8, r_L \rightarrow 1.738 * 10^6, r_T \rightarrow 6.37103 * 10^6\}$
 0.0106591

Si on considère que les distances données dans la table sont celles entre les surfaces des astres

$G (m_T - m_L) / ((d_{TL} + r_L + r_T) / 2)^2 /. \{G \rightarrow 6.6732 * 10^{-11}, m_L \rightarrow 7.35 * 10^{22},$
 $m_T \rightarrow 5.9742 * 10^{24}, d_{TL} \rightarrow 3.84404 * 10^8, r_L \rightarrow 1.738 * 10^6, r_T \rightarrow 6.37103 * 10^6\}$
 0.0102233

Exercice 4

$sol =$
 $sol = Solve[G (m_T / (d_{TL} - x)^2 - m_L / x^2) == 0, x];$
 $sol /. \{G \rightarrow 6.6732 * 10^{-11},$
 $m_L \rightarrow 7.35 * 10^{22}, m_T \rightarrow 5.9742 * 10^{24}, d_{TL} \rightarrow 3.84404 * 10^8\}$
 $\{\{x \rightarrow -4.79568 \times 10^7\}, \{x \rightarrow 3.83804 \times 10^7\}\}$

Exercice 5

$G * m_L / r_L^2 /. \{G \rightarrow 6.6732 * 10^{-11}, m_L \rightarrow 7.35 * 10^{22}, r_L \rightarrow 1.738 * 10^6\}$
 1.62376

Exercice 6

$G * m_J / r_J^2 /. \{m_J \rightarrow 4 / 3 * \pi * r_J^3 * \rho_J\} /.$
 $\{G \rightarrow 6.6732 * 10^{-11}, r_J \rightarrow 7.18 * 10^7, \rho_J \rightarrow 1140\}$
 22.8798

Exercice 7

$G * M * m / r^2 /. \{M \rightarrow 4 / 3 * \pi * r^3 * \rho\} /.$
 $\{G \rightarrow 6.6732 * 10^{-11}, r \rightarrow 100, \rho \rightarrow 4000, m \rightarrow 60\}$
 0.00670863
 $Sqrt[2 h * r^2 / (G * M) /. \{M \rightarrow 4 / 3 * \pi * r^3 * \rho\} /.$
 $\{G \rightarrow 6.6732 * 10^{-11}, r \rightarrow 100, \rho \rightarrow 4000, h \rightarrow 5\}]$
 299.06

Exercice 8

$$G * mL * p / g / rL^2 / .$$

$$\{G \rightarrow 6.6732 * 10^{-11}, mL \rightarrow 7.35 * 10^{22}, rL \rightarrow 1.738 * 10^6, p \rightarrow 672, g \rightarrow 9.81\}$$

111.23

L'objet atteint l'altitude de :

$$v0^2 / (2 a) / . a \rightarrow G * mL / rL^2 / .$$

$$\{G \rightarrow 6.6732 * 10^{-11}, mL \rightarrow 7.35 * 10^{22}, rL \rightarrow 1.738 * 10^6, v0 \rightarrow 2\}$$

1.23171

Le temps de montée est égal au temps de descente. L'objet est de retour après :

$$2 v0 / a / . a \rightarrow G * mL / rL^2 / .$$

$$\{G \rightarrow 6.6732 * 10^{-11}, mL \rightarrow 7.35 * 10^{22}, rL \rightarrow 1.738 * 10^6, v0 \rightarrow 2\}$$

2.46342

Exercice 9

sol =.

$$\text{sol} = \text{Solve}[G * mT / r = (2 \pi * r / T)^2, T] / .$$

$$\{G \rightarrow 6.6732 * 10^{-11}, mT \rightarrow 5.9742 * 10^{24}, r \rightarrow 3.84 * 10^8\}$$

$$\left\{ \left\{ T \rightarrow -2.36793 \times 10^6 \right\}, \left\{ T \rightarrow 2.36793 \times 10^6 \right\} \right\}$$

IntegerPart[sol[[2, 1, 2]]/86400] "jours"

FractionalPart[sol[[2, 1, 2]]/86400] * 24 "heures"

27 jours

9.75969 heures

Exercice 10

On admet que le rayon de l'orbite est égal à celui de l'astre.

$$\text{Solve}[G * M / r^2 == v^2 / r / . \{M \rightarrow 4 / 3 \pi * r^3 * \rho, v \rightarrow 2 \pi * r / T\}, T]$$

$$\left\{ \left\{ T \rightarrow -\frac{\sqrt{3 \pi}}{\sqrt{G} \sqrt{\rho}} \right\}, \left\{ T \rightarrow \frac{\sqrt{3 \pi}}{\sqrt{G} \sqrt{\rho}} \right\} \right\}$$

La période de révolution ne dépend pas du rayon de l'astre

Exercice 11

sol =.

$$\text{sol} = \text{Solve}[G * mL / (rL + h)^2 == v^2 / (rL + h) / . v \rightarrow 2 \pi (rL + h) / T / .$$

$$\{G \rightarrow 6.6732 * 10^{-11}, mL \rightarrow 7.35 * 10^{22}, rL \rightarrow 1.738 * 10^6, h \rightarrow 10^5\}, T]$$

$$\left\{ \left\{ T \rightarrow -7069.48 \right\}, \left\{ T \rightarrow 7069.48 \right\} \right\}$$

$$2 \pi (rL + h) / T / . \{rL \rightarrow 1.738 * 10^6, h \rightarrow 10^5, \text{sol}[[2, 1]]\}$$

1633.57

Exercice 12

$$\text{Solve}[G * mS / r^2 == v^2 / r / . v \rightarrow 2 \pi * r / T / .$$

$$\{G \rightarrow 6.6732 * 10^{-11}, r \rightarrow 1.495 * 10^{11}, T \rightarrow 365 * 24 * 3600\}, mS]$$

$$\left\{ \left\{ mS \rightarrow 1.98763 \times 10^{30} \right\} \right\}$$